

Modelos alométricos altura-diámetro para *Bucida buceras* (pukté) en Quintana Roo, México

Height-diameter mixed-effect allometric models for *Bucida buceras* (pukté) in Quintana Roo, Mexico

Jonathan Hernández-Ramos ^{a, c}, Juan Carlos Tamarit-Urías ^b, Xavier García-Cuevas ^a, Adrián Hernández-Ramos ^{c*}, Roberto Reynoso-Santos ^d, Valentín Reyes-Hernández ^e

^a Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP), Campo Experimental Chetumal, km 25 Carretera Chetumal-Bacalar, Xul-Ha, Quintana Roo, México, forestjonathanhdez@gmail.com, xavier_garciacuevas@yahoo.com.mx

^b INIFAP-Campo Experimental San Martinito, km 56,5 Carretera Federal México-Puebla, Tlahuapan, Pue., México, tamarit.juan@inifap.gob.mx

*Autor de correspondencia: ^c INIFAP-Campo Experimental Saltillo, Km 342+119 Carretera Saltillo-Zacatecas, Coahuila, México, adrian.hernandezr90@gmail.com

^d INIFAP-Campo Experimental Centro de Chiapas, Carretera Internacional Ocozocoautla - Cintalapa km 3, Ocozocoautla de Espinosa, Chiapas, México, rreynosantos@gmail.com

^e Colegio de Postgraduados (COLPOS), Campus Montecillo km 36,5 Carr. México-Texcoco, Montecillo, México, Vreyes@colpos.mx

SUMMARY

Knowing the allometric relationship between the total height and the diameter ($At-d$) is an important technical tool to reduce times and costs in the realization of timber forest inventories; in addition, it gives certainty to volume estimates in a management plan. Quintana Roo, Mexico, has timber species of commercial importance and it is necessary to represent this relationship, therefore, the objective was to fit $At-d$ models for trees of *Bucida buceras* (pukté) under the mixed effects approach. A sample of 996 trees measured in the National Forestry and Soil Inventory 2004-2009 was processed and the Schumacher model was fitted under ordinary least squares (OLS) and mixed effects model (MEM), where the control of variability was performed by groupings using three classification criteria: cup diameter class, average cup diameter and by conglomerate. Each grouping criterion was considered as an independent level. When comparing the fit of the MCO model against that of MEM, it was determined that the best values in the Akaike and Bayesian Information Criteria were presented by the MEM approach. The fit was higher when grouped by conglomerate ($Pseudo-R^2 = 0.346$, approach classic, $Pseudo-R^2 = 0.815$, mixed effects) with a bias of -0.46 m. The proposed model is reliable to estimate the At as a function of d for this species in the tropical forests of Quintana Roo.

Key words: tropical forest, forest inventory, forest management, mixed models, allometric relationship.

RESUMEN

Conocer la relación alométrica entre la altura total y el diámetro normal ($At-d$) es una herramienta técnica importante para reducir tiempos y costos al medir la altura en árboles durante la realización de inventarios forestales maderables, además da certeza a las estimaciones de volumen en un plan de manejo forestal. Quintana Roo, México, posee especies maderables de importancia comercial y es necesario representar esta relación alométrica, por lo que, el objetivo fue ajustar modelos de $At-d$ para árboles de *Bucida buceras* (pukté) bajo el enfoque de efectos mixtos. Se procesó una muestra de 996 árboles medidos en el Inventario Nacional Forestal y de Suelos 2004-2009, se ajustó el modelo de Schumacher con mínimos cuadrados ordinarios (MCO) y modelo de efectos mixtos (MEM) donde el control de la variabilidad se realizó por agrupaciones al emplear tres criterios de clasificación: diámetro promedio de copa, clase diamétrica de copa y por conglomerado. Cada criterio de agrupación fue considerado como un nivel independiente. Al comparar el ajuste del modelo bajo MCO contra el de MEM, se determinó que los mejores valores en los Criterios de Información Akaike y Bayesiano los presentó el enfoque de MEM, siendo superior el ajuste cuando se agrupó por conglomerado ($Pseudo-R^2 = 0,346$, MCO; $Pseudo-R^2 = 0,815$, MEM) con un sesgo de $-0,46$ m. El modelo propuesto es confiable para estimar la At en función del d para esta especie en los bosques tropicales de Quintana Roo, México.

Palabras clave: bosque tropical, inventario forestal, manejo forestal, modelos mixtos, relación alométrica.

INTRODUCCIÓN

Los modelos biométricos desarrollados para la ciencia forestal permiten entender la dinámica de crecimiento del bosque; sin embargo, este crecimiento está influenciado por diversos factores como densidad, índice de sitio, tipo de suelo o mezcla de vegetación, por mencionar algunos, los cuales afectan la productividad y las relaciones alométricas que presentan. Por lo anterior, árboles que crecen bajo condiciones similares, tienen una razón de proporción constante entre sus partes, solo diferenciándose por la historia particular de cada individuo, representada cuantitativamente a través de modelos alométricos lineales o no lineales.

La relación alométrica entre la altura total de un árbol (At) y su diámetro normal (d) es considerada una característica importante para el levantamiento de información en un inventario forestal maderable (Corral-Rivas *et al.* 2014) así como para la elaboración y ejecución de planes de manejo. Sin embargo, la obtención de expresiones matemáticas con un coeficiente de determinación cercano a la unidad, que es lo deseable, ha sido complejo debido a la gran variabilidad que se presenta en esta relación, por lo anterior, el ajuste bajo la técnica de modelo de efectos mixtos (MEM) se ha convertido en una opción apropiada para este tipo de estudios (Corral-Rivas *et al.* 2014, Ercanli 2015).

El uso de MEM en el área de la biología ha tenido un avance significativo en años recientes, en particular en la investigación del comportamiento ecológico de las especies (Seoane 2014), donde ha sido una opción para agrupar las fuentes de variabilidad. Además, en la investigación forestal, se considera una técnica confiable y de amplia aplicabilidad en el análisis del crecimiento o de las relaciones alométricas de las especies (García y Rapelli 2011). Esta técnica, incluye en su formulación parámetros fijos comunes a toda la población y parámetros aleatorios específicos de cada unidad de muestreo o nivel de clasificación, lo cual, hace que el ajuste por MEM sea más eficiente, preciso y confiable que solo incluir parámetros fijos del modelo, por tanto se pueden hacer estimaciones promedio con mayor certidumbre de la variable de interés.

Existen algunos estudios bajo el enfoque de MEM que han demostrado la factibilidad de su aplicación, tales como el trabajo de Aparicio *et al.* (2009) quienes evaluaron la dinámica de crecimiento temprano de *Austrocedrus chilensis* (D. Don) Pic. Ser *et* Bizzarri; Duran *et al.* (2002) al modelar y comparar el crecimiento de árboles de los géneros *Fagus* y *Acer* en un bosque bajo manejo; Calama y Montero (2004) al ajustar la At a través del d en *Pinus pinea* L.; Ercanli (2015) al modelar la At en diferentes condiciones de crecimiento y densidad a través del d en árboles de *Fagus* sp.; y López *et al.* (2015) al describir la tasa de crecimiento de árboles neo tropicales en bosques de distintas condiciones climáticas.

Quintana Roo es un estado de importancia forestal con una extracción anual de alrededor de 36.000 m³ de maderas en rollo de especies comunes tropicales (SEMARNAT

2016) y *Bucida buceras* L. (pukté) es una de las especies de interés comercial para la industria forestal, además de que es considerada como una madera dura y con un potencial alto en la industria del aserrío. Esta especie en general ha sido poco estudiada, por lo que es importante contar con herramientas cuantitativas de apoyo para la elaboración de planes de manejo. Con base en lo anterior, se plantea el objetivo de ajustar un modelo alométrico de altura - diámetro para árboles de *B. buceras* que crecen en bosques tropicales de Quintana Roo con la inclusión de efectos mixtos y evaluar el efecto de la clase diamétrica de copa, diámetro de copa y conglomerado como criterios de agrupación, bajo la hipótesis de que la inclusión de covariables como formas de agrupación de la varianza dentro de los modelos de $At-d$ mejora el ajuste estadístico y la precisión de las estimaciones.

MÉTODOS

El estudio se realizó en todo el estado de Quintana Roo, México, donde la vegetación predominante es selva baja caducifolia y selva mediana sub-perennifolia, establecida en las topeformas de lomeríos bajos y llanura rocosa, con un clima predominante de tipo cálido sub-húmedo (Aw) con temperatura media anual de 26 °C y una precipitación media de 1.300 mm (SEMARNAT-CONAFOR 2014).

La muestra se conformó por 996 árboles de *B. buceras* con los cuales se construyó una base de datos con las variables At medida de forma directa con una vara telescópica, d cuantificado con una cinta diamétrica, y diámetro de copa (dc) promedio de dos registros medidos con una cinta métrica, distribuidos en 122 sitios de muestreo en forma de conglomerados, cuatro sitios de muestreo de 400 m² distribuidos en forma de 'Y', establecidos a cada 5 km de distancia entre uno y otro, levantados por distintas brigadas en el Inventario Nacional Forestal y de Suelos de 2004-2009 (INFyS 2004-2009), con el argumento de que las diferencias en la vegetación causadas por factores medio-ambientales como clima, suelo, topografía, etc., pueden ser representadas satisfactoriamente con el acomodo de dicho muestreo (CONAFOR 2016) (figura 1). Los valores promedio de la información en d , At y dc fueron de 17,58 cm, 7,88 m y 3,42 m, respectivamente (cuadro 1).

Las variables analizadas fueron agrupadas con base en tres criterios de clasificación: *i*) por el dc el cual se determinó promediando las dos mediciones de la copa de cada individuo para obtener 22 grupos, *ii*) por clase de copa (*ClassCOP*) agrupando los dc con intervalos de dos metros y formar 6 grupos y, *iii*) por conglomerado (*Congl*) donde se tuvieron 122 grupos. Esta clasificación a manera de niveles independientes permite asumir que en cada grupo la varianza será diferente y específica. Las primeras dos agrupaciones se realizaron debido a que las características de diámetro, cobertura y longitud de copa en un árbol guardan una relación alométrica directa con el diámetro normal, además están estrechamente relacionadas con la

densidad, capacidad de crecimiento, desarrollo y vigor de los individuos, ya que reflejan el grado de competencia acumulada por el espacio de crecimiento que tienen las especies a lo largo del tiempo y son una respuesta directa del crecimiento en d , debido a que esta variable es la más susceptible a la densidad. En tanto que la agrupación por conglomerado, se hizo con base en que dentro del INFyS la distribución y acomodo de cada unidad de muestreo (Conglomerado) representa de forma confiable las distintas condiciones y la variabilidad de crecimiento de los ecosistemas (CONAFOR 2012).

Para modelar la relación $At-d$, se ajustó el modelo de crecimiento de Schumacher (1939) de dos parámetros mediante MCO y bajo la técnica de MEM al incluir efec-

tos aleatorios solo en uno de los parámetros y evaluar la calidad del ajuste en cada nivel o criterio de agrupación (cuadro 2). Se utilizó la técnica de máxima verosimilitud (ML) en el programa *R-project Versión 3,4,3*® mediante el procedimiento *nlme* (López *et al.* 2015) de la consola de *R Commander* (*R-project* 2018). Se incluyó en el ajuste una estructura de media móvil [*corARMA(p,q)*] donde p representa a los enteros no negativos que especifican respectivamente el orden autorregresivo y q el orden promedio móvil de la estructura del modelo autorregresivo de media móvil (ARMA).

La selección del modelo de mejor ajuste, se realizó al utilizar y comparar los valores del criterio de información de Akaike y el criterio de información Bayesiano, AIC y

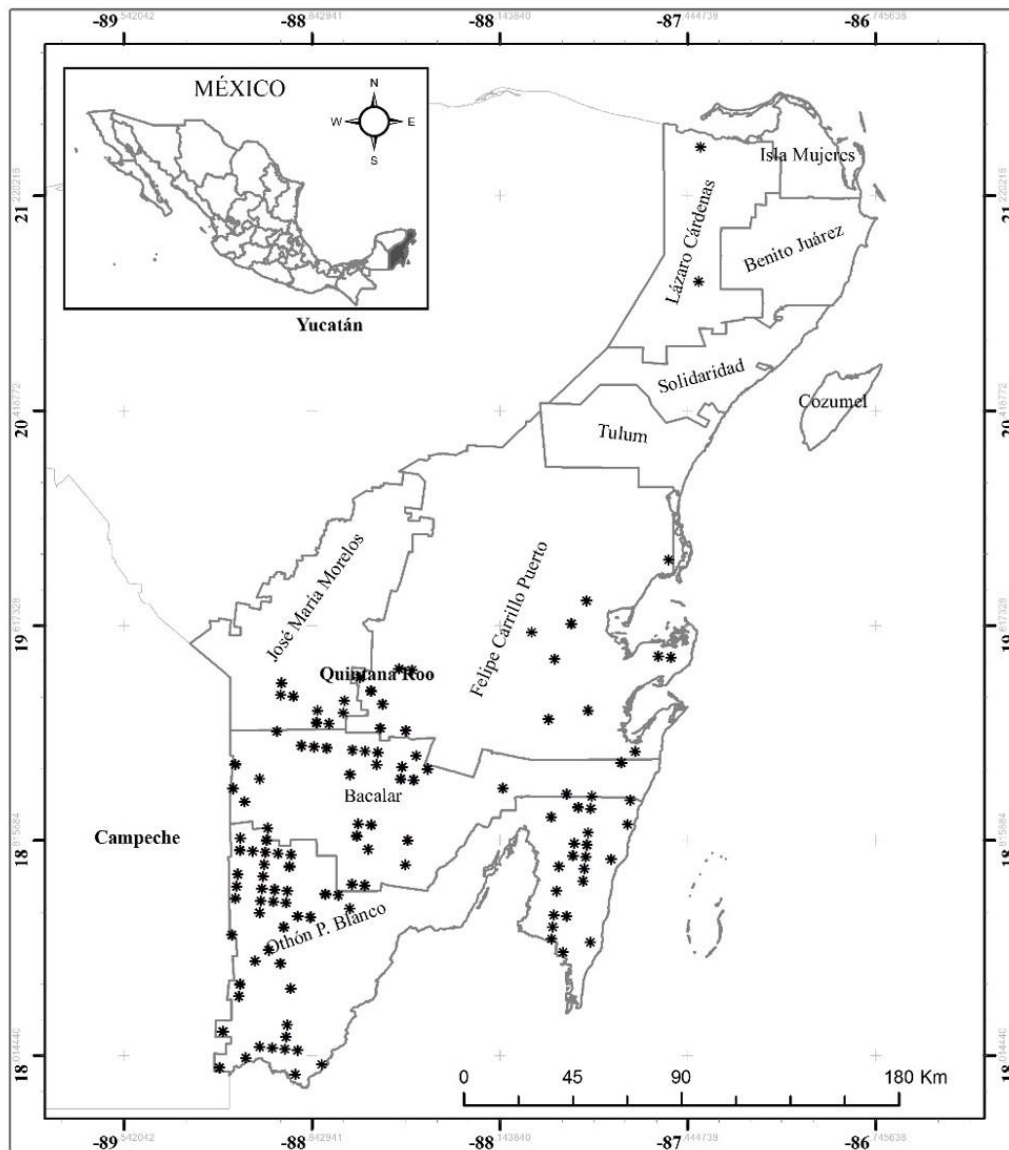


Figura 1. Distribución de los conglomerados seleccionados en el estudio.

Distribution of the conglomerates selected in the study.

BIC, por sus siglas en inglés, los cuales consideran que el modelo con el valor más cercano a cero en estos criterios es el que infiere con mayor certidumbre la variable respuesta (Duran *et al.* 2002, Castaño-Santamaria *et al.* 2013, López *et al.* 2015), además de la significancia de sus parámetros y el valor más alto del coeficiente de determinación (R^2) (Quevedo *et al.* 2010, García y Rapelli 2011, Corral-Rivas *et al.* 2014, Ercanli 2015).

Con la finalidad de visualizar la validez estadística del modelo seleccionado, se verificaron de forma gráfica los supuestos de regresión de normalidad de los residua-

les (Duran *et al.* 2002), homocedasticidad de residuales (García y Rapelli 2011) y la no autocorrelación de errores (independencia) (Tamarit *et al.* 2017). La precisión se verificó mediante el análisis gráfico de la tendencia de las estimaciones y el sesgo absoluto (\bar{E}) (Castaño-Santamaria *et al.* 2013).

Adicionalmente, para validar las estimaciones del mejor modelo, se emplearon 134 pares de datos de *At-d* para realizar una comparación entre la altura observada y los valores estimados como dos poblaciones independientes, mediante una prueba de *t* Student a un nivel de significancia de $\alpha=0,01$ (Martínez *et al.* 2006).

RESULTADOS

Cuadro 1. Estadística descriptiva de las variables analizadas para la muestra de árboles de *B. buceras* en bosques tropicales de Quintana Roo.

Descriptive statistics of the variables analyzed for the sample of *B. buceras* trees in tropical forests of Quintana Roo.

Estadístico	Variable		
	<i>d</i>	<i>At</i>	<i>dc</i>
Media	17,58	7,88	3,43
Error típico	0,2641	0,0924	0,0587
Mediana	15,3	7,4	3
Moda	12	7	3
Desviación estándar	8,3359	2,9167	1,8510
Varianza de la muestra	69,4875	8,5074	3,4262
Curtosis	3,0049	0,6319	1,6913
Coficiente de asimetría	1,4653	0,7107	1,2330
Rango	63,6	17,2	11,5
Mínimo	7,5	1,8	0,8
Máximo	71,1	19	12,3

d: diámetro normal (cm). *dc*: diámetro de copa (m). *At*: altura total (m).

La dispersión de la variabilidad individual (figura 2A) y por agrupación bajo el criterio *dc* (figura 2 B a F) de los pares de datos de *At-d* de los árboles de *B. buceras*, muestra que al agrupar la información por algún criterio de clasificación se reduce la heterogeneidad en los datos, dado que reduce la varianza en los diferentes niveles.

En todos los casos los parámetros obtenidos fueron significativos, superiores al 99 % ($P < 0,0003$) y los errores estándar bajos (cuadro 3), además se observa que la asíntota de los modelos o la altura máxima alcanzada por la especie en estos bosques osciló entre los 10,88 m y los 13,84 m, mientras que el parámetro relacionado con la velocidad de crecimiento (*b*) presentó mayor variabilidad, por lo cual, se asume que es donde la inclusión del efecto mixto se ve reflejado de mejor forma (cuadro 3).

La inclusión de efectos aleatorios en los modelos, produjo una mejora sustancial en los indicadores de bondad de ajuste, particularmente el R^2 (cuadro 4); donde se observa que, de un valor inicial con mínimos cuadrados ordinarios (sin incluir efectos aleatorios) de $R^2 = 0,346$, el modelo puede ser capaz de explicar más del 80 % de la va-

Cuadro 2. Modelo de crecimiento de Schumacher y variantes en la inclusión de efectos mixtos para árboles de *B. buceras* en bosques tropicales de Quintana Roo.

Schumacher growth model and variants in the inclusion of mixed effects for *B. buceras* trees in tropical forests of Quintana Roo.

Criterio de clasificación	Parámetro con el efecto aleatorio	Estructura	Modelo
Sin clasificación	Sin efecto	$At = a \cdot e^{(-b \cdot d^{-2})} + \varepsilon$	[1]
<i>dc</i>	<i>b</i>	$At = a \cdot e^{(-b^{+u} \cdot d^{-2})} + \varepsilon$	[2]
<i>dc</i>	<i>a</i>	$At = a^{+u} \cdot e^{(-b \cdot d^{-2})} + \varepsilon$	[3]
<i>ClassCop</i>	<i>b</i>	$At = a \cdot e^{(-b^{+u} \cdot d^{-2})} + \varepsilon$	[4]
<i>ClassCop</i>	<i>a</i>	$At = a^{+u} \cdot e^{(-b \cdot d^{-2})} + \varepsilon$	[5]
<i>Congl</i>	<i>b</i>	$At = a \cdot e^{(-b^{+u} \cdot d^{-2})} + \varepsilon$	[6]
<i>Congl</i>	<i>a</i>	$At = a^{+u} \cdot e^{(-b \cdot d^{-2})} + \varepsilon$	[7]

At: altura total (m). *d*: diámetro normal (cm). *a* y *b*: parámetros a estimar. $+u$: efecto aleatorio. ε : término del error. *e*: base de los logaritmos neperianos. Criterios de clasificación *dc*, *ClassCop* y *Congl*: diámetro promedio de copa, clase de copa con intervalos de dos metros y por conglomerado, respectivamente.

riabilidad de los datos ($R^2 = 0,815$) al realizar el ajuste con la inclusión del efecto mixto por conglomerado (modelo 7) (cuadro 4). Además, se presenta una disminución de los valores de AIC y BIC, a medida que aumenta el R^2 , lo cual es consistente para los dos modelos mejores (6 y 7), ya que sus valores son comparativamente menores, teniendo-se una diferencia considerable entre el ajuste mediante mínimos cuadrados ordinarios y el modelo de efectos mixtos al agruparse por el criterio de conglomerado (cuadro 4).

El análisis gráfico del comportamiento predictivo de los modelos muestra que el modelo [6] es mejor ($R^2 = 0,74$, AIC = 3.944,12, BIC = 3.968,64), con tendencia estable en las predicciones, y sin sub-estimar la altura como lo hace

el modelo 7, ni sobre-estimarla para diámetros menores de 20 cm como en los modelos 2 y 3, así como en los diámetros mayores de 35 cm con los modelos 1, 3 y 4 (figura 3).

El modelo 6 seleccionado como el de mejor ajuste, cumple con los supuestos de regresión debido a que presenta una distribución normal de los residuos (figura 4A), homocedasticidad en los residuales sin tendencia visible (figura 4B) y sin problemas de autocorrelación de los errores, ya que las dos variables son independientes entre sí, por no presentar dependencia entre los diámetros al aumentar su dimensión (figura 4C), por lo cual, se asume como estadísticamente confiable. El sesgo al emplear esta expresión fue en promedio de -0,46 m.

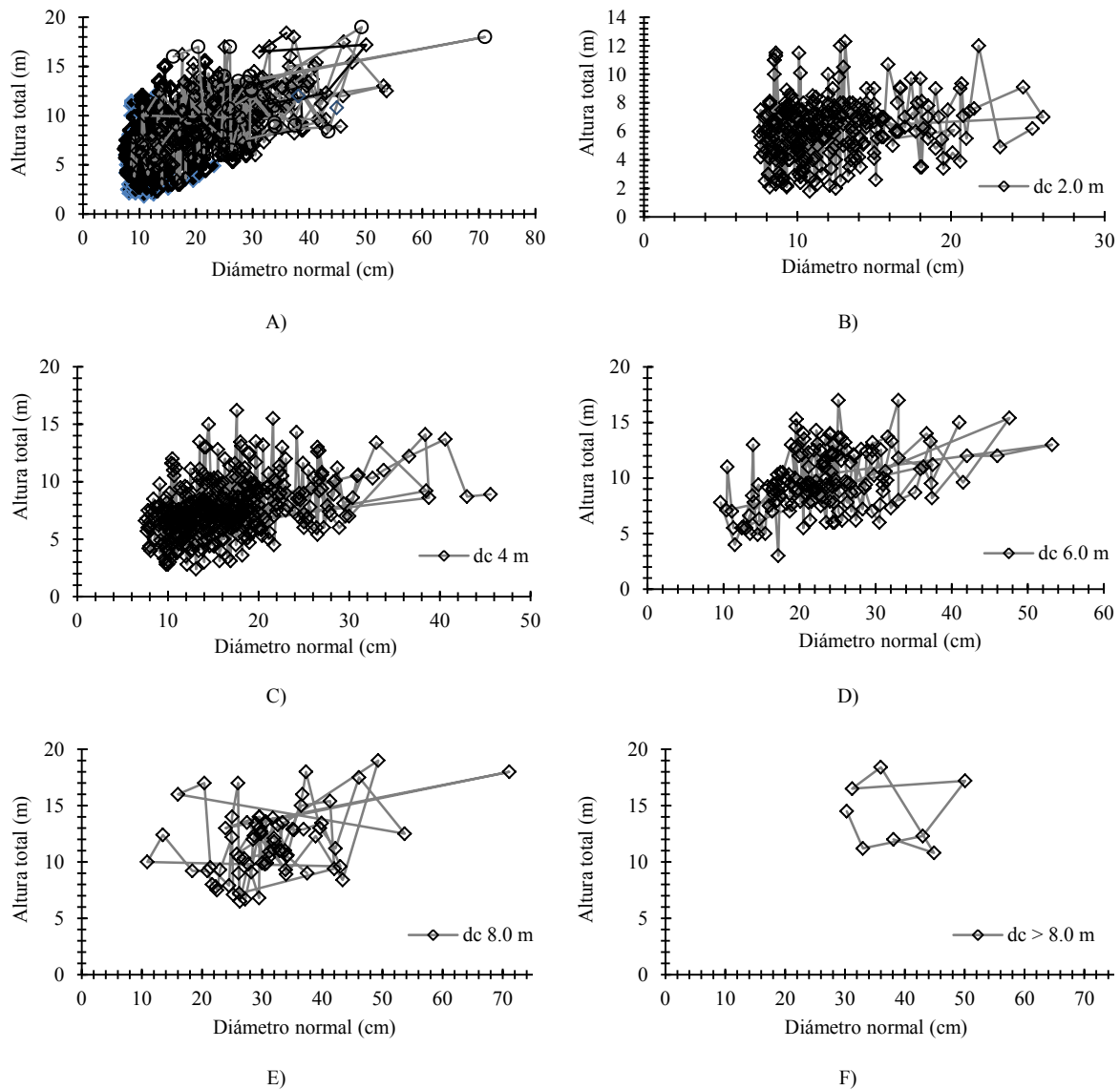


Figura 2. Variabilidad individual de *At-d* (A) y por grupos en *dc* (B a F) para árboles de *B. buceras* en bosques tropicales de Quintana Roo.

Individual variability of *At-d* (a) and by groups in *dc* (b) for trees of *B. buceras* in tropical forests of Quintana Roo.

Cuadro 3. Resultados del ajuste estadístico del modelo de Schumacher para *At-d* de árboles de *B. buceras* en bosques tropicales de Quintana Roo.

Results of the statistical fit of the Schumacher model for *At-d* of *B. buceras* trees in tropical forests of Quintana Roo.

Modelo	Criterio de clasificación	Efecto	Parámetro	Estimación	Error estándar	Valor <i>t</i>	<i>Pr</i> > <i>t</i>
[1]	-----	-----	<i>a</i>	13,8463	0,3294	42,04	<0,0001
			<i>b</i>	8,6726	0,3856	22,49	<0,0001
[2]	<i>Dc</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	13,56273	0,3696	36,69	<0,0001
			<i>b</i>	7,990326	0,4903	16,30	<0,0001
			<i>Phi</i>	0,1310463			
[3]		<i>a</i>	<i>a</i>	12,253177	0,3737	32,79	<0,0001
			<i>b</i>	5,707649	0,4690	12,17	<0,0001
			<i>Phi</i>	0,0334026			
[4]	<i>ClassCop</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	11,869085	0,3725	31,86	<0,0001
			<i>b</i>	3,319164	1,1190	2,966	0,0031
			<i>Phi</i>	0,0667327			
[5]			<i>a</i>	12,573618	0,5723	21,97	<0,0001
			<i>b</i>	5,117373	0,4922	10,40	<0,0001
			<i>Phi</i>	0,0300214			
[6]	<i>IdCongl</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	12,423419	0,2697	46,06	<0,0001
			<i>b</i>	6,029524	0,5240	11,51	<0,0001
			<i>Phi</i>	0,3200613			
[7]		<i>a</i>	<i>a</i>	10,885524	0,3358	32,41	<0,0001
			<i>b</i>	3,924968	0,2559	15,34	<0,0001
			<i>Phi</i>	0,0300379			

Phi: parámetro relacionado al efecto aleatorio incluido en el modelo.

Cuadro 4. Bondad de ajuste del modelo de Schumacher en forma tradicional y sus distintas variantes de inclusión de efectos mixtos para árboles de *B. buceras* en bosques tropicales de Quintana Roo.

Goodness of fit of the Schumacher model in traditional form and its different variants of inclusion of mixed effects for trees of *B. buceras* in tropical forests of Quintana Roo.

No	Criterio de clasificación	Parámetro del efecto	<i>R</i> ²	AIC	BIC
[1]	Sin Clasificación	----	0,346	4.540,200	4.554,911
[2]	<i>dc</i>	<i>b</i>	0,391	4.515,142	4.539,661
[3]		<i>a</i>	0,480	4.490,351	4.514,870
[4]	<i>ClassCop</i>	<i>b</i>	0,421	4.490,992	4.515,510
[5]		<i>a</i>	0,447	4.452,142	4.476,661
[6]	<i>Congl</i>	<i>b</i>	0,739	3.944,122	3.968,641
[7]		<i>a</i>	0,815	3.771,429	3.795,948

*R*²: coeficiente de determinación. AIC: Criterio de información Akaike. BIC: Criterio de información bayesiano.

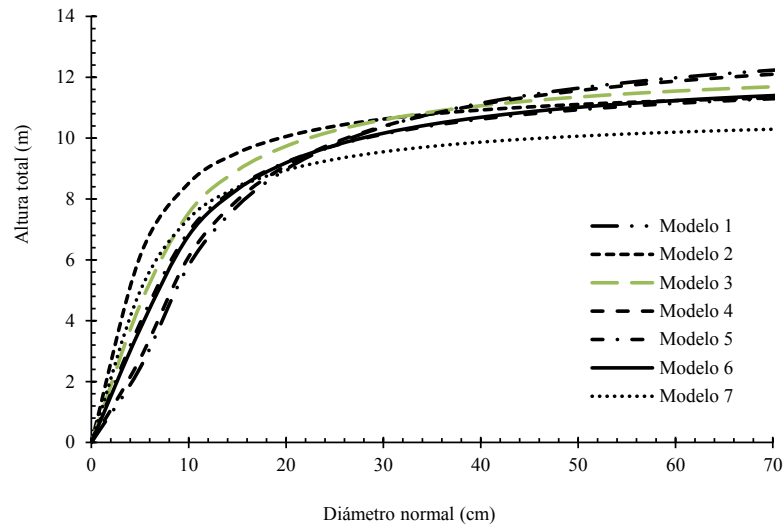


Figura 3. Comportamiento gráfico de la estimación de la altura total en función del diámetro normal con el modelo de Schumacher en sus distintas variantes de ajuste evaluadas para árboles de *B. buceras* en bosques tropicales de Quintana Roo.

Graphical behavior of the estimation of the total height according to the normal diameter with the Schumacher model in its different fit variants evaluated for trees of *B. buceras* in tropical forests of Quintana Roo.

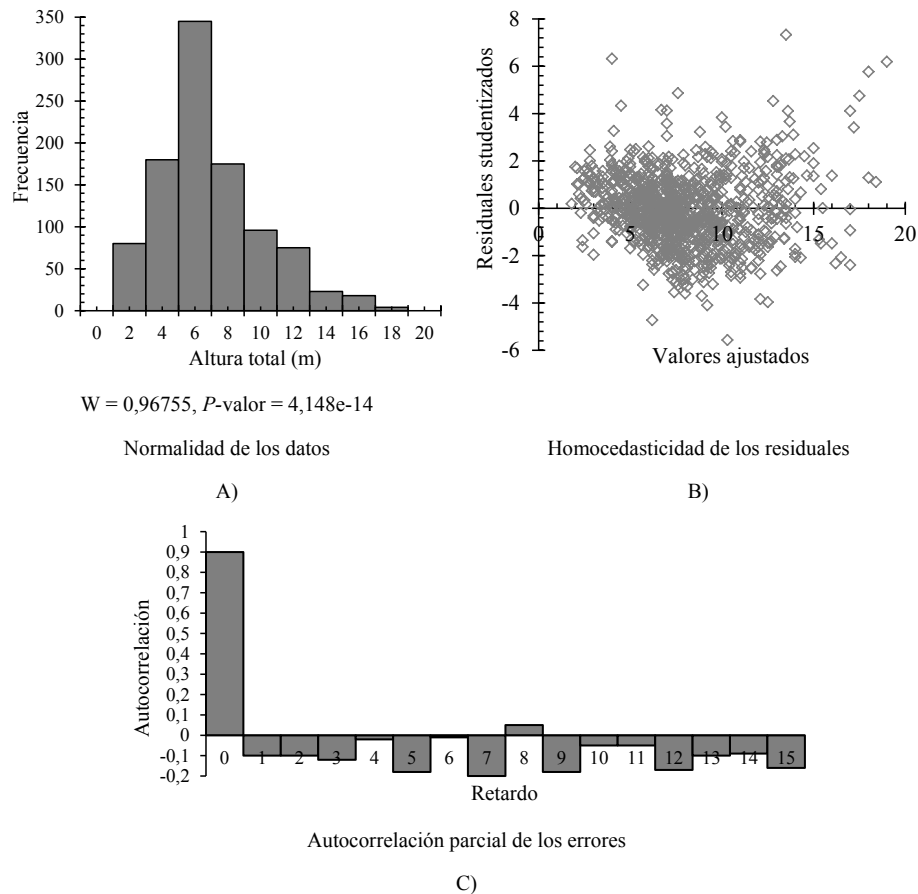


Figura 4. Análisis gráfico del cumplimiento de los supuestos de regresión para el modelo de Schumacher de *At-d* para árboles de *B. buceras* en bosques tropicales de Quintana Roo.

Graphical analysis of compliance with the regression assumptions for the Schumacher model of *At-d* for *B. buceras* trees in tropical forests of Quintana Roo.

La comparación entre las estimaciones realizadas con el mejor modelo [6] y la muestra independiente bajo la hipótesis de igualdad de medias, muestran que no existe evidencia de que las medias de los datos reales y los estimados sean diferentes, ya que se obtuvo un valor de $t = 1,977$, $P > |T| = 0,06$ y un valor en la diferencia media significativa de 0,4309 a un nivel de confiabilidad del 99 % ($P = 0,01$).

DISCUSIÓN

La homogeneidad y reducción de la varianza en los diferentes niveles resultado de agrupar la información por criterios de clasificación en este trabajo es una opción adecuada para modelar la relación alométrica entre el diámetro y la altura, tal y como lo describen García y Rapelli (2011) al detallar el procedimiento de selección de modelos mixtos con niveles múltiples para modelar el crecimiento en *At* de *Anoda cristata* (L.) Schlecht.; y Temesgen *et al.* (2014) al aplicar la agrupación por estrato y modelar las relaciones *At-d* por árbol en 23 especies dentro de un bosque templado en el noreste de China.

La mejora en los valores de R^2 al modelar bajo un tipo de clasificación e incluir dentro del modelo como un efecto aleatorio es congruente con lo que reporta Ercanli (2015) al comparar el ajuste de algunos modelos generalizados de *At-d*, donde el valor de R^2 pasa de 0,86 al tener todos sus parámetros fijos dentro del modelo a 0,90 al incluir el efecto mixto por unidad de muestreo con información de remediones para árboles de *Fagus orientalis* Lipsky en Kestel, Turquía; y a lo que reportan Corral-Rivas *et al.* (2014) al contrastar los ajustes mediante MCO y con el enfoque de MEM en el modelo de Chapman-Richards en su forma local para *At-d* para grupos de especies de los géneros *Pinus* y *Quercus* en Durango, México, donde la inclusión del efecto mixto mejora significativamente los resultados en este tipo de ajustes.

Aun cuando el modelo [5] presentó una tendencia adecuada a la información de *At-d*, por los mejores valores en los estadísticos de R^2 , y mayor verosimilitud reflejada en AIC y BIC las expresiones [6] y [7] fueron seleccionadas como las de mejor ajuste con base en los criterios expuestos por García *et al.* (2014), quienes señalan que el valor más bajo en los estadísticos AIC y BIC son debidos a la estructura que toman los componentes aleatorios y que resulta más adecuada, ya que hace más verosímil la regresión. Además de lo descrito por De los Santos-Posadas *et al.* (2006), los cuales mencionan que al generar niveles múltiples de clasificación en la información empleada compensa las diferencias en los grados de libertad en la estructura de los modelos ajustados.

Esta mejora en los resultados al incluir el efecto aleatorio en el ajuste, se debe en parte a que se deja de asumir que la variabilidad es constante en toda la muestra empleada, ya que esta se manifiesta agrupada y específica para cada nivel de clasificación (Quevedo *et al.* 2010, García y

Rapelli 2011, Seoane 2014), situación que se ve reflejada en los valores del R^2 y los criterios de información AIC y BIC.

En general, el efecto combinado del aumento en el valor del R^2 y la disminución en AIC y BIC concuerdan con lo obtenido por Quevedo *et al.* (2010) quienes utilizaron un índice de eficiencia análogo del *Pseudo-R*² con el enfoque de MEM de volumen total con corteza agrupados por categoría diamétrica en *Tabebuia rosea* (Bertol.) A. DC. en Venezuela; también, los resultados del presente trabajo concuerdan con los reportados por García y Rapelli (2011) al seleccionar un modelo no lineal mixto de niveles múltiples en un modelo de crecimiento para *Austrocedrus chilensis*. Por su parte, Jerez-Rico *et al.* (2011) encontraron diferencias evidentes al ajustar modelos de índice de sitio para *Tectona grandis* L. f. en Venezuela, pasando de un R^2 de 0,58 al emplear mínimos cuadrados ordinarios a 0,98 al utilizar el ajuste por MEM.

La tendencia que resulta de la aplicación de modelos es semejante con la obtenida por Crecente-Campo *et al.* (2010) al ajustar modelos generalizados de *At-d* para *Eucalyptus globulus* Labill. en España; así como lo reportado por Calama y Montero (2004) al modelar la relación *At-d* para *Pinus pinea* bajo el enfoque de efectos mixtos. Además de que el modelo seleccionado como el mejor [6] cumple con los supuestos de regresión (Martínez-González *et al.* 2006) (figura 4) y es congruente con lo reportado por Crecente-Campo *et al.* (2010) al determinar una distribución normal en los modelos *At-d* ajustados con inclusión de efectos mixtos para árboles de *Eucalyptus globulus* en España; con lo de Juárez y Balzarani (2003) quienes después de analizar tres estructuras de covarianza en un modelo de crecimiento ajustada bajo el enfoque de MEM obtienen una distribución homocedástica en los residuales; y con lo mencionado por Milena *et al.* (2013) quienes al seleccionar el modelo *At-d* generalizado ajustado por MEM para *Eucalyptus tereticornis* Sm. se obtiene normalidad en los residuos y homocedasticidad de los residuales, mientras que la gráfica de autocorrelación parcial muestra un comportamiento lógico y la adecuada corrección de los errores correlacionados con la estructura del modelo autorregresivo de media móvil utilizada (ARMA) ($P = 1$, $q = 0$), de acuerdo con lo señalado por Martínez-González *et al.* (2006) y Tamarit *et al.* (2017) al ajustar un sistema de cubicación de volumen bajo el enfoque de MEM.

El sesgo promedio del modelo seleccionado ($\bar{E} = 0,46$ m) fue inferior a los valores reportados por Milena *et al.* (2013) al ajustar diez modelos generalizados de *At-d* bajo MEM; y semejantes a los reportados por Ercanli (2015) al utilizar nueve modelos generalizados y modelar bajo modelos de efectos mixtos donde se hace una variación de 12 escenarios de muestreo, y coincide con Castaño-Santamaria *et al.* (2013) quienes reportan los menores sesgos en los modelos locales tanto al ajustarlos mediante MCO y con MEM.

CONCLUSIONES

Con la inclusión de efectos aleatorios (covariables) en el modelo de crecimiento de Schumacher y el empleo de criterio de clasificación o nivel, se mejoró significativamente el ajuste estadístico y las estimaciones de la altura total en función del diámetro normal para árboles de *Bucida buceras* en los bosques tropicales de Quintana Roo, México, donde el modelo con la forma $At = 12,423419 \cdot e^{(-6,029524 \cdot d^{-1})} + \varepsilon$ al incluir la covariable de conglomerado resultó ser el mejor.

Al realizar la comparación de los resultados con la técnica de mínimos cuadrados ordinarios y los modelos de efectos mixtos se mejoró la calidad de los parámetros fijos haciéndolos más eficientes, porque sus errores fueron menores debido a su menor varianza, con lo cual, con este último ajuste se contribuyó a corregir la autocorrelación de los errores. Por otro lado, con los resultados obtenidos con el modelo de efectos mixtos en el ajuste se puede ver reflejado la inferencia del diámetro de copa y la distancia que influye en las condiciones de crecimiento y en los estadísticos en el modelo. Además de que los resultados de este estudio pueden ser empleados de manera confiable para estimar la altura en el levantamiento de información de un inventario forestal, solo con la medición del diámetro normal.

AGRADECIMIENTOS

Al Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP) por el otorgamiento del apoyo a capacitación y formación de personal investigador, y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca número 733112.

REFERENCIAS

- Aparicio A, M Pastorino, L Gallo. 2009. Variación en el crecimiento temprano en la altura de orígenes marginales este-parios de ciprés en la Cordillera. *Ciencia e Investigación* 15(1): 19-32.
- Calama SR, GG Montero. 2004. Aplicación de los modelos mixtos a un caso práctico de modelación del crecimiento y producción de las masas forestales. *Sociedad Española de Ciencias Forestales* 18: 317-321.
- CONAFOR (Comisión Nacional Forestal, MX). 2012. Inventario Nacional Forestal y de Suelos. Informe 2004-2009. CONAFOR. Zapopan, Jalisco, México. 212 p.
- CONAFOR (Comisión Nacional Forestal, MX). 2016. Inventario Nacional Forestal y de Suelos (INFyS 2004-2009). Comisión Nacional Forestal. Consultado ago. 2018. Disponible en <https://datos.gob.mx/busca/dataset?theme=Energ%C3%ADa+Y+Medio+Ambiente&organization=conafor>
- Castañón-Santamaría J, F Crecente-Campo, JL Fernández-Martínez, A Barrio, JR Obeso. 2013. Comparación de metodologías de desarrollo de modelos altura-diámetro para los hayedos cantábricos. 6º Congreso Forestal Español. Sociedad Española de Ciencias Forestales. Vitoria, España. 10 p.
- Corral-Rivas S, JG Álvarez-González, F Crecente-Campo, JJ Corral-Rivas. 2014. Local and generalized height-diameter models with random parameters for mixed, uneven-aged forests in Northwestern Durango, Mexico. *Forest Ecosystems* 1: 1-9. DOI: <https://doi.org/10.1186/2197-5620-1-6>
- Crecente-Campo F, M Tomé, P Soares, U Diéguez-Aranda. 2010. A generalized nonlinear mixed-effects height-diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management* 259: 943-952. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2009.11.036>
- De los Santos-Posadas HM, M Montero-Mata, M Kannien. 2006. Curvas dinámicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonia* (Gmel.) Excell en Costa Rica. *Agrociencia* 40: 521-532.
- Duran MJ, HPJ Donoso, MMA Quintero. 2002. Análisis del crecimiento en altura de árboles bajo un sistema de selección mediante cortas cíclicas, usando modelos lineales mixtos. *Revista Forestal Venezolana* 46(2): 55-62.
- Ercanli İ. 2015. Nonlinear mixed effect models for predicting relationships between total height and diameter of Oriental beech trees in Kestel, Turkey. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 21(2): 187-202. DOI: [10.5154/r.rchscfa.2015.02.006](https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2015.02.006)
- García MC, N Castellana, C Rapelli, L Koegel, M Catalano. 2014. Criterios de información y predictivos para la selección de un modelo lineal mixto. *Revista de Ciencias Económicas y Estadísticas* 6: 61-76.
- García MC, C Rapelli. 2011. Selección de un modelo no lineal mixto de niveles múltiples para modelar el crecimiento de la soja. *Revista FABICIB* 15: 11-22. DOI: <https://doi.org/10.14409/fabicib.v15i1.877>
- Jerez-Rico MA, Y Moret-Barillas, OM Carrero-Gámez, RE Macchiavelli, AM Quevedo-Rojas. 2011. Curvas de índice de sitio basadas en modelos mixtos para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L. F.) en los llanos de Venezuela. *Agrociencia* 45(1): 135-145.
- Juárez GM, M Balzarani. 2003. Modelación de la estructura de covarianza entre observaciones de un mismo individuo en modelos de curvas de crecimiento arbóreo. *Revista de la Sociedad Argentina de Estadística* 7: 1-15.
- López W, RA Pérez, AJL Del Valle, S González-Caro, DE Álvarez. 2015. Sobre la tasa de crecimiento de árboles neotropicales vía modelos mixtos no-lineales. In XXV Simposio Internacional de Estadística 2015. Armería, Colombia. 5 p.
- Martínez-González MA, A Sánchez-Villegas, J Faulín-Fajardo. 2006. Bioestadística amigable. 2º Edición. Barcelona, España. Editorial Díaz de Santos. 919 p.
- Milena LM, G Trincado, A Barrios, V Nieto. 2013. Modelos regionales de altura-diámetro para plantaciones jóvenes de *Eucalyptus tereticornis* en la costa atlántica colombiana. *Bosque* 34(2): 233-241. DOI: <http://dx.doi.org/10.4067/S0717-92002013000200012>
- Quevedo A, M Jerez, AY Moret, O Noguera. 2010. Ecuaciones de volumen y calidad de forma para *Tabebuia rosea* (Bertol.) en plantaciones en líneas. Barinas, Venezuela. *Revista Forestal Venezolana* 54(2): 195-205.
- R-project. 2018. Package 'nlme': Linear and Nonlinear Mixed Effects Models. Versión 3.1-137. Consultado may. 2018. Disponible en <https://cran.r-project.org/web/packages/nlme/nlme.pdf>
- Schumacher, F. X. 1939. A new growth curve and its applications to timber yield studies. *Journal of Forestry* 37: 819-820. DOI: <https://doi.org/10.1093/jof/37.9.z1>

- SEMARNAT-CONAFOR (Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales, MX-Comisión Nacional Forestal, MX). 2014. Inventario Estatal Forestal y de Suelos – Quintana Roo 2013. Colección de inventarios estatales forestales y de suelos 2013-2014. Jalisco, México. Editorial Prometeo. 125 p.
- SEMARNAT (Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales, MX). 2016. Anuario estadístico de la producción forestal 2015. México, D.F 228 p.
- Seoane J. 2014. ¿Modelos mixtos (lineales)? Una introducción para el usuario temeroso. *Etología* 24: 15-37.
- Tamarit UJC, DE Rojas. BG Quiñonez, PC Ordoñez, GJC Monárriz. 2017. Sistema de cubicación para árboles individuales de *Quercus sp.* en bosques bajo manejo de Puebla, México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 8(40), 69-88. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v8i40.37>
- Temesgen H, CH Zhang, XH Zhao. 2014. Modelling tree height-diameter relationships in multi-species and multi-layered forests: A large observational study from Northeast China. *Forest Ecology and Management* 316: 78-89. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.foreco.2013.07.035>

Recibido: 13/11/18

Aceptado: 29/07/19