

INVESTIGACIONES

Pensamiento algebraico emergente en niñas y niños de Educación Inicial

Emergent algebraic thinking of children
in Early Childhood Education

Ana Milena Mujica-Stach^a
Maximina Márquez-Torres^b

^a Universidad de Los Lagos, Chile.
ana.mujica@ulagos.cl, maximina.marquez@ulagos.cl

RESUMEN

El pensamiento matemático es fundamental para el desarrollo de habilidades en los niños. Por tal motivo surgió esta investigación, la cual tiene como objetivo interpretar el proceso de construcción del pensamiento algebraico emergente en la primera infancia, este proceso de construcción es elemento que permitirá el diseño de estrategias instruccionales. La metodología se abordó desde un enfoque cualitativo. Este es un estudio de casos, apoyado por una investigación interpretativa-descriptiva. Los resultados se obtuvieron a través de la aplicación de un pre y post test. Para ejecutar la investigación, el grupo de estudio seleccionado estuvo conformado diez niñas y niños. Los resultados establecen la necesidad del diseño de estrategias que permitan el desarrollo del pensamiento algebraico a partir de las categorías patrón y secuencia, concluyendo que incorporar actividades progresivas promoverán el desarrollo del pensamiento algebraico en las niñas y niños.

Palabras clave: pensamiento matemático, primera infancia, estrategias, estudio de caso.

ABSTRACT

Mathematical thinking is fundamental for the development of skills in children. For this reason, this research arose, and it aims to interpret the process of construction of emergent algebraic thinking in early childhood. This construction process will allow the design of instructional strategies. The methodology adopted is a qualitative approach. This is a case study, supported by interpretive-descriptive research. The results were obtained through the application of a pre- and post-test. To carry out the research, we selected a study group made up of ten girls and boys. The results show the need for the design of strategies that allow the development of algebraic thinking that starts from the categories pattern and sequence, concluding that it is necessary to gradually incorporate activities that promote the development of algebraic thinking in girls and boys.

Key words: Mathematical Thinking, Early Childhood, Strategies, Case Study.

1. INTRODUCCIÓN

El presente artículo emerge de las reflexiones referidas a la necesidad de interpretar el proceso de construcción del pensamiento algebraico en niños en el nivel de transición de Educación Parvularia, con el propósito de generar estrategias de enseñanza que pueden ser asumidas como un conjunto organizado de métodos y recursos utilizados por el docente para despertar en los niños el interés y la necesidad de aprender.

Dentro del pensamiento emergente en el nivel de transición de Educación Parvularia, las matemáticas permiten, de manera concreta, comprender e interpretar eventos a través del uso de modelos matemáticos. Cabe destacar que, en las diferentes prácticas pedagógicas, se ha podido ver que el pensamiento lógico-matemático es uno de los ejes de estudio, ya que es fundamental en el ámbito cognitivo de los seres humanos, junto con el desarrollo del lenguaje. El conocimiento en esta área, es fundamental para que los niños puedan tener un mejor desempeño en el futuro, desde diversos puntos de vista, como, por ejemplo, el científico y el de la vida cotidiana. Al respecto, Alsina (2019) comenta que este pensamiento emergente no se vinculaba explícitamente con el álgebra, sino que se consideraba como parte del pensamiento lógico-matemático o del pensamiento sensorial. Sin embargo, en la actualidad, el álgebra se ha logrado introducir en los currículos a partir de los 3 años de edad, en particular el álgebra temprana.

En relación a este punto, es necesario resaltar lo referido a la construcción del pensamiento algebraico, el cual, según Vergel (2016), se puede desarrollar a través de:

- a) El sentido de indeterminancia (objetos básicos como: incógnitas, variables y parámetros) aquello como opuesto a la determinancia numérica; (b) La analiticidad, como forma de trabajar los objetos indeterminados, es decir, el reconocimiento del carácter operatorio de los objetos básicos; y (c) La designación simbólica o expresión semiótica de sus objetos, esto es, la manera específica de nombrar o referir los objetos (p. 18).

En este complejo escenario educativo, el presente artículo abordará el álgebra, no como una manera restrictiva como el lenguaje simbólico, sino como una aproximación a la transición de la aritmética al álgebra desde la generalización de patrones, vista como un pensamiento algebraico que pasa por reconocer que es un proceso cognitivo en el cual la representación, la generalización y la formalización de patrones, permiten desarrollar habilidades para transitar del análisis del contexto a la estructura, y se aprecia cuando el estudiante, según Valenzuela y Gutiérrez (2018), logra “identificar propiedades generales que son instanciadas en situaciones particulares como relaciones entre los elementos” (p. 52). Igualmente, los precitados autores, sostienen que, dentro del álgebra, la generalización implica un proceso complejo que implica: a) Observar semejanza y diferencia entre los elementos que componen la sucesión; b) Determinar un concepto –un género– que generalice lo común observado para todos los términos de la secuencia; y c) Establecer una regla que integre a cualquier término de la secuencia (p. 52).

En este sentido, las y los educadores de párvulos deben asumir los problemas algebraicos como conjuntos de operaciones, mediante las cuales se pueden obtener resultados y, al mismo tiempo, son una herramienta que estimula el desarrollo del pensamiento y potencia la reflexión matemática. Con respecto a este planteamiento, Aparisi (2016) identifica que

el pensamiento algebraico es un conjunto de procesos de acciones y de reflexión, e incluso especifica lo siguiente: “donde los niños y niñas a temprana edad puedan adquirir estos conocimientos” (p. 76).

Para contextualizar el escenario donde se dio la intervención, debe señalarse que sucedió en un colegio particular de la ciudad de Osorno. Esta institución educativa promueve la enseñanza del idioma inglés, junto con el fomento del deporte y de la tecnología, acompañados de un compromiso con el medio ambiente. La metodología se abordó a partir de un enfoque cualitativo, con un tipo de investigación descriptiva e interpretativa. Se realizaron dos diagnósticos como instrumentos de recolección de información: (a) el primero para obtener aprendizajes previos, y (b) el segundo para obtener los avances de los aprendizajes que se trabajaron con los niños del tercer nivel (transición). Además, se realizaron registros descriptivos al final de cada actividad pedagógica. Para llevar a cabo esta investigación fue seleccionado el grupo de transición, con una matrícula total de 21 niñas y niños. Los informantes claves fueron 10 personas provenientes de este grupo de niños.

De lo expuesto anteriormente, se refleja la importancia de la presente de la investigación, ya que los hallazgos permitirán el diseño de estrategias para desarrollar en los niños el pensamiento algebraico en el nivel de transición. De allí que las actividades diseñadas con base en la generalización de patrones, a través de material concreto, lograron que los párvulos pudiesen expresarse libremente, a través de la exploración y el juego, rompiendo así paradigmas tradicionales de enseñanza del álgebra. Como referencia a los resultados encontrados, cabe mencionar algunas características que definen a los niños en nivel transición para lograr un pensamiento algebraico temprano, según Alsina (2018): (a) Ordenar y clasificar objetos por sus propiedades, como, por ejemplo, color o tamaño. (b) Identificar o describir secuencias de sonidos y formas o patrones numéricos simples, y pasar de una representación a otra. (c) Analizar cómo se generan y crecen dos patrones que se repiten, entre otros. Como puede apreciarse, el aprendizaje de los patrones tiene un papel relevante, ya que contribuye a que los niños sean capaces de reconocer, ordenar y organizar su mundo, al haberse demostrado que el reconocimiento, la comparación y el análisis, son factores que determinan y favorecen el desarrollo intelectual de ellos.

En consideración a lo anterior, la enseñanza de los patrones es fundamental en los párvulos, puesto que se considera una habilidad para el reconocimiento, el orden y la organización, así como también para interpretar lo que ocurre con los diferentes elementos, facilitando el pensamiento lógico y creativo en edades tempranas. En función a lo anterior, Vygotsky (1979) otorgó al juego, como instrumento y recurso socio-cultural, el papel gozoso de ser un elemento impulsor del desarrollo mental del niño, facilitando el desarrollo de las funciones superiores del entendimiento, tales como lo son la atención o la memoria voluntaria.

En consecuencia, el presente estudio tiene como objetivo de interpretar el proceso de construcción del pensamiento algebraico emergente, en el nivel de transición de Educación Parvularia.

2. DISCUSIÓN TEÓRICA

Friz et al. (2018) consideran a las matemáticas “como una ciencia que ayuda en el transcurso de la vida a la solución de problemas cotidianos” (p. 61). En consecuencia,

se podría establecer con claridad que es una competencia asociada a la vida cotidiana del ser humano, por lo que representa una herramienta para comprender e interpretar el mundo, lo que implica la asociación directa de números, figuras geométricas o símbolos y sus relaciones. De allí que se podría considerar a las matemáticas como un conjunto de operaciones destinadas a generar un resultado lógico. A través de este aprendizaje se puede asociar el ser capaz de hacer, que se enlaza con el cuándo, cómo y por qué de este concepto como una herramienta. Desde la perspectiva del niño, él va construyendo su propio aprendizaje a través de la realidad, donde la construcción es interna, y el alumno crea e interpreta esa realidad.

Sobre esta consideración, la o el educador de párvulos debe, desde su imaginario, comprender que el saber resulta de un ordenamiento lógico de experiencias que permiten la comprensión de la realidad. Por lo tanto, al administrar el currículo de la matemática tiene la obligación de construir el conocimiento, y, por ende, asumir una postura didáctica para que el niño genere un pensamiento matemático. Desde la teoría cognitiva de Piaget (1978), las personas no interpretan fielmente lo que observan en su entorno, ya sea a través de las explicaciones de educadores o a través de la propia naturaleza. Por consiguiente, su teoría constructivista del conocimiento parte de una percepción de las propias vivencias que siempre está en concordancia con los marcos de interpretación del “aprendiz”, es decir: el aprendizaje no es la simple asimilación de paquetes de información que llegan desde fuera, sino que se explica por una dinámica en la que existe la unión entre las informaciones nuevas y antiguas.

Por esta razón, el conocimiento lógico-matemático, de acuerdo a Friz et al. (2018), “surge de una abstracción reflexiva” (p. 59), ya que el niño en su mente establece relaciones con los objetos de lo simple a lo complejo, partiendo de la premisa de que los conocimientos que se procesan no se olvidan, considerando que la experiencia no proviene de los objetos, sino de su acción sobre los mismos.

Dentro del estudio de la matemática, se pueden encontrar diferentes vertientes, entre ellas el álgebra. De allí que Padilla y Mayoral (2020) consideran que:

Su aprendizaje apunta al desarrollo del pensamiento variacional que puede ser apreciado como una manera de pensar de forma dinámica, la que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen variables internas, de tal forma que covaríen en formas semejantes a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad (p. 22).

En consecuencia, el álgebra es uno de los pilares básicos de las matemáticas, por lo que resulta interesante conocer sus principios fundamentales para el estudio de otras ramas de las matemáticas y sus aplicaciones. Sin embargo, a pesar de la importancia que trasciende esta unidad de las matemáticas, existe un estigma sobre ellas, producto del rechazo que los estudiantes desarrollan hacia esta materia por resultarles un área muy compleja de aprender, y es ahí donde recae la importancia de desarrollar el pensamiento algebraico en los estudiantes. Muchos estudios afirman que la adquisición del pensamiento algebraico nace cuando los niños comienzan con el estudio de las matemáticas, es decir, que se puede lograr desde temprana edad, y que los niños pueden fortalecer capacidades de reconocimiento y análisis que les ayudarían a desarrollar el pensamiento algebraico.

Es bien sabido que en edades tempranas el cerebro tiene la capacidad de adquirir habilidades, conocimientos y aprendizajes que sentarán las bases de una capacidad aún

mayor en edades posteriores, al adquirir mayores conocimientos. En este sentido, se puede establecer que el aprendizaje del álgebra de los jóvenes y/o adultos será mucho más natural para ellos si cuando pequeños trabajaron estrategias que promueven el desarrollo del pensamiento algebraico. El pensamiento algebraico implica la comprensión de procesos de relación y variabilidad (Valenzuela y Gutiérrez, 2018, p. 41).

Dentro del marco del pensamiento algebraico, existen formas que permiten comprender las estrategias utilizadas por los niños. Según Radford (2010), las formas del pensamiento algebraico se manifiestan cuando los estudiantes se enfrentan a tareas contextualizadas en la generalización de patrones. De allí que la teoría de la objetivación parte de considerar al individuo como un sujeto que piensa y actúa dentro de una cultura, y parte de la hipótesis de que la base de la cognición se encuentra en la práctica vista como una actividad humana sensitiva y concreta.

Radford (2010) considera que lo que distingue el pensamiento numérico del algebraico es que este último, trata con cantidades indeterminadas o no especificadas como si fueran conocidas y se realizan cálculos con ellas, como se hace con los números (analiticidad). Es por ello que los tres elementos que caracterizan el pensamiento algebraico son: (a) el sentido de indeterminación, (b) la analiticidad, y (c) la expresión semiótica de sus objetos. Desde una perspectiva semiótica, este autor identifica tres formas de pensamiento algebraico:

1. Pensamiento algebraico factual: son acciones concretas y particulares, a través de los gestos, por ejemplo: cuando un niño señala con la mirada, con su índice, realiza movimientos con un lápiz, dice “aquí”, “allá”, “dos arriba”. Desde una perspectiva semiótica, Radford menciona que, en el pensamiento algebraico factual, la generalidad se basa en acciones realizadas sobre gestos, palabras y coordinación rítmica, y que opera a nivel de números y hechos particulares (p. 5).
2. Pensamiento algebraico contextual: la indeterminancia se hace parte del discurso explícito, lo cual sugiere pensar en la idea de contracción semiótica, en tanto hay evolución de nodos semióticos. Los gestos y palabras son sustituidos por frases claves, por ejemplo: “está formado por dos figuras” (p. 7).
3. Pensamiento algebraico simbólico: las y los niños pasan por un cambio drástico en la manera de designar los objetos del discurso; lo que antes se distinguía mediante gestos y deícticos lingüísticos, ahora se distingue por signos y paréntesis (p. 10).

De igual manera, se podría inferir que las formas de generar el pensamiento algebraico permiten que en los niños se puedan descubrir sus capacidades y las reflexiones que obtienen al momento de realizar una actividad pedagógica que involucre sus propios análisis de lo que están realizando. En consecuencia, las formas del pensamiento algebraico son favorecedoras para el aprendizaje en edades iniciales, según el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2018).

Para efectos de esta investigación se desarrollarán experiencias de aprendizajes sustentadas en las Bases Curriculares de la Educación Parvularia (BCEP), en el objetivo general que se maneja en el núcleo pensamiento matemático dentro del ámbito de interacción y comprensión del entorno: “Crear patrones sonoros, visuales, gestuales, corporales u otros, de dos o tres elementos”. De este objetivo general se desprende un objetivo específico, que es: crear patrones, de dos o tres elementos utilizando material

concreto, el cual se utilizará para producir las actividades pedagógicas que serán analizadas posteriormente. De esta manera, durante el proceso de enseñanza y aprendizaje en el área de matemática cada niño reúne diferentes características, las cuales favorecen su desarrollo. El documento “Desarrollo del Pensamiento Matemático en Educación Parvularia” menciona una secuencia de objetivos específicos por nivel; en este caso se hará énfasis en niños de 5 a 6 años, en nivel de transición.

En concordancia con lo anterior, Fernández (2005) sostiene que los niños de edades comprendidas entre los 3 y 6 años poseen habilidades y competencias relacionadas con identificar colores, establecer relaciones entre tamaños de objetos (más grande que, más pequeño que), reconocer formas geométricas y nombrarlas (triángulo, círculo, cuadrado, etc.) entre otras.

En consecuencia, es de importancia que la o el educador de párvulos esté al tanto de las características mencionadas, puesto que llevará con mejor eficacia las diferentes actividades, facilitando el pensamiento lógico matemático de los infantes, ofreciendo oportunidad de participación, reflexión y, por supuesto, proporcionándole confianza a cada uno de los niños.

Para una mejor comprensión del proceso que conlleva a la construcción del pensamiento algebraico, en la Tabla 1 se presentan los estadios el desarrollo intelectual de los niños, según la visión de Huitt y Hummel (2003):

Tabla 1. Estadios el desarrollo intelectual de los niñas y niños

Etapa	Edad	Descripción
Sensorio-motor	0-2 años	El desarrollo intelectual se logra a través de la actividad motora, cuando se mueve, toca y observa. El niño comprende el mundo por medio de las experiencias con el medio y las interacciones con las personas; esto permite que los niños desarrollen habilidades intelectuales.
Pre-operacional	2-7 años	El desarrollo intelectual se evidencia cuando los niños demuestran el uso de símbolos, la memoria y la imaginación. Además, en este periodo el lenguaje ha madurado. Sin embargo, aún le falta madurar el pensamiento; es niño todavía, es egocentrista y un poco ilógico.
Operaciones concretas	7-11 años	A través del manejo de la lógica y de símbolos con objetos concretos se evidencia el desarrollo intelectual del niño.
Operaciones formales	11 años-adulthood	Los conceptos abstractos, en combinación con el uso lógico simbólico, evidencian el desarrollo de la inteligencia del niño.

Tomado de Huitt, W. y Hummel, J. (2003). Piaget Theory of Cognitive Development. Valdosta State University.

De la Tabla 1 se refleja el primer estadio sensoriomotor de niños de 0 a 2 años aproximadamente, cuando su desarrollo se caracteriza por la comprensión que hace el bebé del mundo, coordinando la experiencia sensorial con la acción física, por lo tanto, tiene preferencias por estímulos, colores, por movimientos y brillos, repite sucesos al azar, y experimenta a través de su propio cuerpo. El segundo estadio es preoperacional, de 2 a 7 años aproximadamente: el niño comienza a relacionarse con terceras personas, no solamente con su núcleo familiar, por ende, aumenta su vocabulario, se rige por un pensamiento egocéntrico, donde piensa de acuerdo a sus experiencias individuales, lo que produce que sea un pensamiento estático, intuitivo y carente de lógica. Además, el niño se caracteriza por ser curioso para ampliar su conocimiento, y frecuentemente emitirá un ¿por qué? ante muchas cosas.

En cuanto al tercer estadio, se trata de operaciones concretas, entre los 7 y 11 años aproximadamente. En este penúltimo estadio comienzan a utilizar su pensamiento lógico sólo en situaciones concretas, utilizando la lógica, pero todavía no pueden utilizar su pensamiento abstracto, es decir, aplicar conocimientos de temas que desconocen.

El cuarto estadio se caracteriza por operaciones formales, desde los 11 años hasta la adultez. En el último estadio ya tiene adquirido el razonamiento lógico en todas las circunstancias, incluido el razonamiento abstracto; puede generar hipótesis sobre temas que no tiene aprendidos de forma concreta, y, finalmente, se establece el aprendizaje como un todo, y no de forma concreta como en el penúltimo estadio. Acorde a los cuatro estadios descritos en la tabla anterior, esta investigación se basó en el segundo estadio preoperacional, de 2 a 7 años, ya que los niños informantes claves de la investigación eran párvulos de 5 y 6 años, por ende, las características que convocan y que debemos manejar en este caso son del segundo estadio del desarrollo cognitivo.

3. MATERIALES Y MÉTODOS

Este estudio posee un enfoque cualitativo (Hurtado, 2012), de allí que se procuró que desde los informantes emergieran formas de pensamiento algebraico temprano en niñas y niños. La investigación es de tipo descriptivo-interpretativo, dado que el estudio busca especificar las características, las propiedades y los perfiles de personas, procesos o grupos. Se pretende medir o recoger información de manera independiente y conjunta, es decir, se recopila información descriptiva a través de entrevistas y lo que se percibe a través de las observaciones (Hernández et al., 2010, p. 78). En este caso se recogió información a través de las experiencias pedagógicas (observando los avances que obtuvieron los niños). El diseño se realizó a partir de dos diagnósticos: (a) para obtener aprendizajes previos, y (b) para obtener los avances de los aprendizajes que se trabajaron con los niños del nivel de transición; además se realizaron registros descriptivos al final de cada actividad pedagógica.

Los informantes claves correspondieron a un grupo de niños y niñas entre 5 y 6 años de edad, del nivel de transición perteneciente a un colegio particular pagado de la ciudad de Osorno. Para llevar a cabo esta investigación, se procedió a redactar y difundir una carta de consentimiento, en la cual se informaba a los padres, explicándoles en qué consistiría la investigación, aclarando su objetivo y solicitando su permiso para ejecutar cada actividad, y poder obtener fotos y videos de cada suceso pedagógico. De la población descrita se tomó como los informantes claves a los niños, para aplicar los instrumentos

de diagnóstico a 10 niños y niñas, debido a que no se lograron adquirir la autorización de todos los padres.

En cuanto a las técnicas e instrumentos de recolección de la información, se diseñaron diversas actividades orientadas a la generalización de patrones y reconocimiento. Para lograr esta recogida se llevaron a cabo los procedimientos que se describen a continuación:

(a) Se diseñaron 2 instrumentos de diagnósticos a los cuales se les llamó pre y post-diagnóstico para ser aplicados antes y después de las experiencias de aprendizaje. El primer instrumento se creó con el objeto de obtener un mayor contexto con respecto al pensamiento matemático, y, por ende, mejor información con respecto al desarrollo del pensamiento algebraico; el segundo instrumento se creó con el fin de analizar algún tipo de aprendizaje adquirido durante el transcurso del proceso de intervenciones.

(b) Se diseñaron actividades pedagógicas matemáticas sobre generalización de patrones acordes al segundo nivel de transición para niños de la edad de 6 años.

(c) Se grabaron las actividades y experiencias ejecutadas por algunos de los niños del nivel, de manera individual. El recurso utilizado para este proceder fue un teléfono celular y una cámara fotográfica.

(d) Para el instrumento pre-diagnóstico se realizó un registro fotográfico, ya que no se dio la instancia para poder grabar. Sin embargo, para el post diagnóstico se llevó un registro audiovisual, y

(e) Se procedió al análisis de toda la documentación recolectada, donde se exponen evidencias de los procesos de resolución de las actividades sobre generalización de patrones, haciéndose énfasis en los hallazgos encontrados al comparar el pre y post diagnóstico.

Las técnicas e instrumentos para recolectar información se hicieron a través de las actividades pedagógicas que tuvieron lugar entre ambos diagnósticos; dichas actividades estaban relacionadas con el fortalecimiento y la estimulación del pensamiento algebraico para estimar la evolución que reflejaron con respecto a esta temática.

3.1. DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES: DISEÑO DE ACTIVIDADES SOBRE GENERALIZACIÓN DE PATRONES

Considerando las teorías expuestas en esta investigación, respecto de la generalización de patrones se procedió a diseñar el instrumento diagnóstico, no solo para detectar el nivel de comprensión de los niños acerca de esta temática, sino que también para conocer mejor al grupo con el que se trabajaría, y poder así definir y diseñar las actividades matemáticas que se aplicarían –posteriormente– sobre creación de patrones y seriación, de acuerdo a las características y potencialidades propias e identitarias del grupo curso, con el fin de estimular la emergencia de las formas del pensamiento algebraico.

Este proceso de diseño de las actividades pedagógicas se ejecutó en un plazo de 2 semanas. Cabe mencionar, además, que el instrumento diagnóstico se diseñó también para ser aplicado después de las actividades pedagógicas como una manera de evidenciar un progreso en el razonamiento de los niños al resolver los problemas planteados en dicha intervención.

En relación al orden de actividades realizadas, se mencionan a continuación: (a) pre-diagnóstico; (b) pulseras de goma Eva; (c) cuncunas de colores; (d) patrones con figuras geométricas; (e) grafomotricidad con patrones; (f) patrones sonoros, y; (g) post-diagnóstico. Todas estas actividades fueron diseñadas conforme a las BCEP, y se utilizó el objetivo de

aprendizaje “Crear patrones sonoros, visuales, gestuales, corporales u otros, de dos o tres elementos”, Ministerio de Educación (2018).

3.2. PRE Y POST-DIAGNÓSTICO

Actividad 1. Formar una secuencia con figuras geométricas:

1. La educadora se sienta frente a los niños, y dispone dos figuras geométricas con igual forma, pero diferente color en el suelo o mesa, de manera que ellos puedan observar lo que se estaba realizando. A su vez, les pedirá a los niños que repliquen la acción en el orden que ellos deseen para comenzar a formar una secuencia. Se les pide agregar una pieza más a la secuencia, de la misma forma, pero de otro color, y se les solicita a los niños que repitan la acción, pero en el orden que ellos deseen.
2. Los niños deben formar la primera secuencia, siguiendo el patrón que estableció cada uno en la actividad anterior.
3. Se repite el proceso que se realizó en la primera actividad, pero esta vez con figuras geométricas con forma y color diferentes. Siguiendo la serie anterior, continúan la secuencia que cada uno de los párvulos había creado.
4. Se introducen algunas variaciones, como, por ejemplo: cuando los niños crean sus secuencias en la mesa o suelo, y luego de que los hayan observado por un tiempo, la educadora saca una o dos piezas de la secuencia sin que ellos vean qué pieza fue, dejando el espacio libre con el fin de que, si los niños vuelven a ver su actividad, verifiquen si pueden reconocer o no la pieza faltante y ubicarla en el lugar correspondiente.
5. Por último, se les pedirá a los párvulos que realicen una secuencia de patrones por sí solos.

3.3. ACTIVIDADES PEDAGÓGICAS CON PATRONES

Actividad 1: “Pulseras de goma Eva”. Esta actividad se fundamentó en la creación de pulseras con tubos de goma Eva para crear una secuencia con un patrón de colores elegidos por ellos mismos (ver Figura 1).



Figura 1. Actividad “pulseras de goma Eva”.

Fuente: Archivo fotográfico de las investigadoras.

Actividad 2: “Cuncunas de témpera”. A grandes rasgos, la actividad se basó en que los niños creen una cuncuna u oruga con círculos, utilizando sus dedos y témperas de colores, para formar en el cuerpo del insecto un patrón de colores a elección de cada uno, y realizar la secuencia. La instrucción fue utilizar 2, 3, y hasta 4 colores como máximo (ver Figura 2).

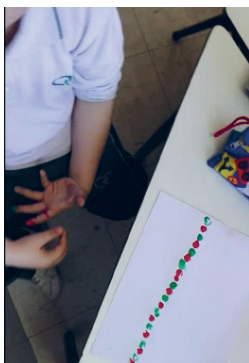


Figura 2. Actividad “cuncunas de témpera”.
Fuente: Archivo fotográfico de las investigadoras.

Actividad 3: “Patrones con figuras geométricas”. La actividad consistió en seguir una ruta de acuerdo a un patrón dado, el cual estaba constituido por las figuras geométricas básicas (triángulo, cuadrado, círculo, y rectángulo), saltando sobre figuras geométricas (las cuales estaban hechas de papel y dispuestas de manera desordenada por el piso) y que correspondi an al patrón que les había tocado, así debían repetir el patrón hasta atravesar todo el conjunto de figuras geométricas (ver Figura 3).



Figura 3. Actividad “patrones con figuras geométricas”.
Fuente: Archivo fotográfico de las investigadoras.

Actividad 4: “Grafomotricidad con patrones”. Las niñas y niños utilizan témpera y sus propios dedos para seguir la forma de escritura llamada “el pájaro” (ver Figura 4).



Figura 4. Actividad “grafomotricidad con patrones”.

Fuente: Archivo fotográfico de las investigadoras.

Actividad 5: “Patrones sonoros”. Para esta actividad, en primera instancia, se creó un patrón en conjunto con sonidos corporales, y, posteriormente, luego de observar un video en grupos más pequeños, crearon sus propias secuencias sonoras (ver Figura 5).



Figura 5. Actividad “patrones sonoros”.

Fuente: Archivo fotográfico de las investigadoras

Post-diagnóstico. Esta actividad se llevó a cabo bajo las mismas instrucciones y términos que el pre-diagnóstico, y se ejecutó en un tiempo de aproximadamente 20 minutos dentro del aula de clases. El post-diagnóstico se aplicó 2 semanas después de hacer el pre-diagnóstico.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Una vez realizada la transcripción de las respuestas de los niños/as y de las grabaciones, se procedió a realizar el tratamiento correspondiente para el análisis de las mismas. El análisis se centra en el pre y post-diagnóstico.

4.1. FORMAS DE PENSAMIENTO ALGEBRAICO EMERGENTES

El análisis a presentar es resultado los dos diagnósticos descritos en el apartado anterior, considerando las tres formas de pensamiento algebraico desarrolladas en la teoría de Radford (2010), con el objeto de identificar los indicios de pensamiento algebraico que surgieron antes y después de aplicar las actividades pedagógicas.

4.2. PRE-DIAGNÓSTICO

Actividad 1: los niños se ubicaron en grupos pequeños, sentados frente a sus mesas; la educadora dispuso bloques lógicos dispersos sobre las mesas, y procedió a dar las indicaciones de la primera tarea, la cual era realizar un patrón con dos bloques lógicos. Para ello, la educadora mostró un ejemplo que era un cuadrado rojo y un cuadrado amarillo, posteriormente, invitó a los párvulos a realizar sus propias secuencias, dando el patrón con dos bloques lógicos, de igual forma, pero diferente color, a lo que todos pusieron piezas a su elección de dos colores. Luego, la educadora preguntó: ¿Cómo está conformado su patrón? Ellos respondieron que su patrón estaba hecho de dos colores. Entonces, la educadora indagó, preguntándoles: ¿Qué colores? En tal caso, ellos mencionaron los colores que conformaban sus patrones. Todos los párvulos nombraron sus patrones considerando solo el atributo color, y expresaron frases como *“Miss, el mío es rojo y azul”* o *“Mi patrón es amarillo y verde”*. Muchos realizaron sus patrones utilizando otra figura geométrica, pero este atributo no lo consideraron al verbalizar sus patrones.

Actividad 2: la siguiente actividad requería la creación de un patrón con 3 elementos, siguiendo la misma forma con la que habían creado la secuencia de la actividad anterior, es decir, agregando un bloque lógico a su patrón. Para estos efectos, la educadora, también, mostró un ejemplo de patrón: cuadrado rojo - cuadrado amarillo - cuadrado verde. Todos lograron realizar esta actividad sin complicación, ya que tenían un patrón establecido, y solo debían agregar una pieza más. Al pedirles verbalizar su patrón, nuevamente –al igual que la actividad anterior– sólo consideraron el atributo color.

Actividad 3: en esta fase, la educadora realizó una secuencia del patrón establecido, y sin darles instrucción alguna, los niños realizaron la secuencia sin dificultades. Solo reproducían las instrucciones de la educadora, sin poder crear un patrón diferente, realizando una secuencia de manera autónoma.

Actividad 4: la siguiente actividad, requería que los niños crearán un patrón con 3 elementos, pero esta vez de diferente forma y color. Para ello, la educadora, también, les mostró un ejemplo, el cual era: triángulo - cuadrado - círculo, invitándolos a crear sus patrones. Sin embargo, se observó que los niños comenzaron a seguir las mismas formas del “patrón ejemplo”, y solo variaron el color de las figuras geométricas. Cabe destacar que una niña varió la ejecución de su patrón, ya que no copió el orden de las figuras de la educadora, sino que realizó el patrón al revés, pero utilizando las mismas figuras

geométricas que todos, es decir círculo – cuadrado - triángulo.

Actividad 5: esta vez, con tal de observar si comprendían la noción de secuencia, se les solicitó verbalmente a los niños que continúen la secuencia con el patrón creado (Actividad 4), y todos repitieron sus patrones una segunda vez. Otra vez, nadie repitió más de dos veces su patrón.

Actividad 6: la tarea siguiente consistió en presentar una secuencia con un patrón establecido, y la educadora procedió a retirar una pieza sin que los niños se percataran de lo sucedido. Cuando la pieza faltante ya no estaba, la educadora les preguntaba: ¿estará bien la secuencia? ¿se repite el patrón en toda la secuencia? Después de que lo revisaban desde el inicio, se daban cuenta, y algunos respondían “no, porque falta un color”. Para llegar a esa conclusión, precisaron utilizar signos deécticos para señalar o revisar la secuencia desde el principio y lograr descubrir cuál era la pieza faltante. La mayoría no logró identificar el patrón para seguir la secuencia.

Actividad 7: a modo de cierre, se invitó a los niños a crear un patrón y realizar una secuencia con el patrón establecido de manera libre, según sus deseos. Todos quienes participaron de esta actividad pudieron establecer un patrón y realizar una secuencia. Sin embargo, esta secuencia tenía la misma estructura que las realizadas anteriormente con la educadora, y fue la misma realizada por todos los niños, por lo que no queda claro si realmente comprendían la definición de patrón y secuencia, o sólo reproducían la actividad realizada con anterioridad.

Para finalizar el pre-diagnóstico, la educadora les preguntó ¿por qué piensan que esto [señalando un patrón al azar] es un patrón? Pocos respondieron a la pregunta, diciendo “porque se repiten los colores”. También, les preguntó ¿con qué otras cosas o elementos se pueden crear patrones? Acá, los niños respondieron muchas cosas relacionadas a colores, y algunas respuestas estaban relacionadas con las figuras geométricas, como, por ejemplo: “con círculos”, “con cuadrados”. Según se puede observar, los niños asocian patrón con la repetición de colores, pero no lograron identificar dónde se inicia y termina el patrón ni cuántas veces se repite el patrón en la secuencia.



Figura 6. Secuencia realizada por la alumna E1.

Fuente: Archivo fotográfico de las investigadoras.

Se puede observar la secuencia creada por la alumna (Figura 6), presentando dificultades a la hora de identificar el patrón, indicando que su patrón es toda la secuencia; además, se orienta a través de los colores.

Metacognición:

Educadora: *¿Qué creaste?*

EI: *Un patrón de colores.*

Educadora: *¿Qué colores conforman tu patrón?*

EI: *Amarillo, rojo, amarillo, amarillo, rojo y amarillo [señalando con su dedo índice].*

Educadora: *Indícame cuál es tu patrón.*

EI: *[Señala toda la secuencia. Sin decir nada verbalmente.]*

Educadora: *Nómbrame las figuras geométricas de tu secuencia.*

EI: *Rectángulo, cuadrado, y círculo.*



Figura 7. Secuencia realizada por la alumna E2.

Fuente: Archivo fotográfico de las investigadoras

La alumna, al comienzo (Figura 7), confunde patrón con secuencia, ya que los caracteriza por color. Sin embargo, en las siguientes preguntas pudo lograr identificar su patrón con ayuda de la educadora, dando énfasis en los colores, y reproduciendo la secuencia realizada en las actividades anteriores, con la diferencia de que los colores estaban invertidos. Esto se puede deber a que la alumna es zurda. Es importante señalar que la alumna sí pudo separar las figuras que conformaban su patrón.

Metacognición:

Educadora: *¿Cuál es el patrón que creaste?*

E2: *Ese [indica con la mirada la secuencia].*

Educadora: *¿Por qué crees que ese es tu patrón?*

E2: *Porque tiene color azul, rojo, y amarillo.*

Educadora: *Deja solo las piezas de tu patrón.*

E2: *[Toma con su mano tres figuras geométricas, dejando solamente su patrón: rectángulo azul, cuadrado rojo, y círculo amarillo.]*



Figura 8. Secuencia realizada por la niña E3.

Fuente: Archivo fotográfico de las investigadoras

La alumna E3 logra crear su patrón (Figura 8), aunque al comienzo tiene una pequeña confusión en las características de su patrón, ya que lo asimila a color solamente. Sin embargo, a través del proceso se fue dando cuenta que su patrón está conformado por color y forma –señalando con su dedo índice–, y se pudo visualizar un comienzo del pensamiento factual, pues señala e indica con su dedo el patrón creado por ella. Además, la alumna observó que a su secuencia le faltaba una pieza, pero para darse cuenta comenzó a nombrar los colores del comienzo de dicha secuencia, ya que no pudo deducirlo de manera inmediata, sino hasta realizar el recuento.

Metacognición:

Educadora: *¿Qué patrón creaste?*

E3: *El mismo que tiene usted.*

Educadora: *¿Con cuáles figuras geométricas está conformado tu patrón?*

E3: *Rojo, azul, y amarillo*

Educadora: *Entonces, ¿cuál sería tu patrón?*

E3: *Rectángulo, cuadrado, y círculo [señala con su dedo índice].*

Educadora: *E3, necesito que mires a la puerta por cinco segundos.*

Educadora: *Observa tu secuencia, ¿qué le falta a tu secuencia?*

E3: *[Comienza a señalar con su dedo índice, desde el inicio de su secuencia los colores y responde] rojo, azul, y amarillo, rojo, azul.*

E3: *Falta un amarillo.*

4.2.1 Síntesis del pre-diagnóstico

De la aplicación de este diagnóstico, pueden observarse las dificultades presentadas por las niñas y niños para crear patrones y posteriores secuencias a partir de creaciones propias, ya que se evidencia, en las fotos y registros, que en cada una de las actividades seguían las indicaciones de quien intervino, por lo que no presentaban autonomía a la hora de realizar las actividades. En base a ello, se puede decir que se encontraron pocas evidencias del pensamiento algebraico factual, señalando con el índice o con la mirada más que verbalizando (Radford, 2010).

4.3. POST-DIAGNÓSTICO

Este instrumento sigue la misma naturaleza que se aplicó en el pre-diagnóstico, después de las actividades trabajadas en clases con los párvulos. Se procede a relatar lo acontecido con las actividades, donde los contrastes con el primer diagnóstico se destacan más.

Actividad 1: al igual que en la primera aplicación de esta actividad, se procedió de la misma manera, solicitándoles a los niños que creen un patrón de dos elementos, considerando solo el atributo color. Los niños realizaron esta actividad de manera convencional sin dificultad alguna, y en un menor tiempo que el primer diagnóstico. Cuando la educadora les preguntó sobre la composición de sus patrones, todos los niños verbalizaron sus patrones con base en el color, expresando conjeturas como “rojo-verde”, “amarillo-verde”, o “amarillo-azul”. Sin embargo, se observó que, en esta actividad, a diferencia de la primera vez que fue aplicada, se vislumbró una pequeña autonomía a la hora de mostrar sus preferencias, puesto que los niños no tomaron tanto en cuenta el ejemplo de la educadora: la mayoría utilizó una figura geométrica diferente a la que utilizó la educadora en su patrón.

Actividad 2: en esta fase, al agregar un tercer elemento a su patrón, todos los niños la realizaron sin dificultades y sin ayuda de la educadora. Sin embargo, al pedirles verbalizar su patrón, nuevamente, al igual que la actividad anterior, la mayoría de los niños sólo consideraron el atributo color.

Actividad 3: para esta etapa, la educadora no repitió su patrón como la vez anterior, sino que les solicitó continuar la secuencia con el patrón que crearon. Todos la realizaron sin dificultades, e incluso realizaron una secuencia más grande que en el anterior diagnóstico, repitiendo su patrón más de 2 veces.

Actividad 4: en esta oportunidad, se observaron los avances más destacables entre un diagnóstico y otro. Aquí, se les requería que crearan un patrón con 3 elementos de diferente forma y color. Para ello, la educadora también les mostró un ejemplo sencillo, combinando triángulo rojo - círculo amarillo - cuadrado verde, y se les invitó a ellos a crear sus patrones. Se pudo evidenciar que los niños seleccionaron sus patrones sin seguir el ejemplo de la educadora, y comenzaron a establecer sus propias combinaciones usando las diferentes formas geométricas. Así fue como ninguno repitió la combinación, y todos realizaron una diferente. Cuando todos ya habían seleccionado sus patrones y creado la secuencia, la educadora hizo la pregunta ¿de qué está conformado tu patrón? La mayoría de los niños respondió esta vez considerando ambos atributos, es decir, color y forma, expresando frases como “*el mío es un rectángulo-rojo, triángulo-verde, y círculo-amarillo*” entre otras. En esta actividad se logra evidenciar indicios de pensamiento algebraico contextual (Radford, 2010), ya que se sustituyen los gestos de señalar y los deícticos por frases.

Actividad 5: otra vez se les solicitó seguir la secuencia, y todos lo lograron sin dificultad.

Actividad 6: los estudiantes tenían que reconocer e identificar la pieza faltante. La educadora observó que los niños ya no tardaban en dar la respuesta; tampoco necesitaban señalar con el dedo ni verbalizar la secuencia desde el principio. Ahora, eran más ágiles, y automáticamente, solo con observar sus secuencias, lograban identificar la pieza que faltaba.

Actividad 7: para finalizar, también se les solicitó crear sus propios patrones con las figuras que ellos quisieran. Aquí se pudo observar y registrar que sus creaciones fueron más elaboradas que al principio, y no repetían las secuencias de las actividades anteriores: eran capaces de crear nuevos patrones sin la influencia de los ejemplos presentados ni la de las creaciones de compañeros. En este sentido, mostraron mayor autonomía y una mayor habilidad para reproducir, crear, y completar patrones. La educadora les preguntó ¿con qué conformaste tu patrón? A lo cual todos respondían “la figura y el color de sus patrones”, incluso las cantidades de figuras que ponían si estas se repetían. Después, se les preguntó ¿por qué esto es un patrón? Y ellos respondieron “*porque es lo que se repite*”, “*sigue un orden y una secuencia*”. Asimismo, les preguntó con qué otros objetos se pueden crear patrones, a lo que ellos respondieron: “*con legos, con lápices, con piedras de colores, con mostacillas, con sonidos del cuerpo, con imanes*”. Nuevamente, podemos encontrar indicios del pensamiento algebraico contextual en esta actividad.

A continuación, se presentan tres casos de niños que evidencian lo que se consideró un rasgo de la evolución del pensamiento factual, o de este hacia el pensamiento contextual, al lograr identificar la regla de sus patrones, o verbalizarla, formulando según sus condiciones y contexto lo que se determinó como “expresiones de la indeterminancia”, ya que es esta capacidad de manifestar lo desconocido o la indeterminancia a través de frases o palabras clave, la que marca la diferencia entre el pensamiento factual y contextual (Radford, 2010).

Para poder analizar las formas de pensamiento algebraico que emergen, se tomaron fragmentos de los diálogos entablados con los párvulos, donde se consideraron como frases claves aquellas expresiones alusivas al orden de los colores que seguían los patrones. Si los niños mencionaban o señalaban de alguna manera el patrón, y enunciaban de alguna manera que se debe reproducir ese patrón para formar la secuencia, esto se consideraba como una forma de pensamiento contextual emergente dentro del contexto en que ellos se encuentran, y afín a las capacidades propias de párvulos de 5 y 6 años. Estos diálogos se encuentran acompañados con fotogramas extraídos de los videos grabados.



Figura 9. Estudiante E4 realiza secuencia libre.

Fuente: Archivo fotográfico de las investigadoras.

La estudiante E4 realiza una secuencia de patrones libremente (Figura 9). En esta situación, la estudiante construye su patrón utilizando un cuadrado rojo, un cuadrado azul y uno amarillo, y lo repite tres veces, creando una secuencia de su patrón. Cuando se le pregunta cómo sabe que es un patrón, ella responde “*porque tiene 3 colores...*”, con lo cual muestra indicios del pensamiento factual, puesto que, si bien identifica el patrón, se infiere que lo hace por medio de la observación de los colores de su secuencia, haciendo movimiento con las manos y señalando, posteriormente, luego de completar la frase, ella continúa diciendo: “*...que es rojo – azul - amarillo*”. Se puede distinguir que ella profundiza en su respuesta, nombrando cuáles colores componen su patrón, lo que nos sugiere una expresión de “la regla” que instituye el patrón que ella creó.

Metacognición:

Educadora: *¿Cómo sabes que es un patrón?*

E4: *Porque tiene tres colores: rojo, azul, y amarillo [señalando con su dedo índice].*

E4: *Este es mi patrón [toma con su mano las tres figuras geométricas que conforman su patrón].*



Figura 10. Estudiante E6 realiza una secuencia con patrones.

Fuente: Archivo fotográfico de las investigadoras.

En la Figura 10, el estudiante E6 realizó su patrón formando figuras geométricas (triángulo rojo con rectángulo azul, círculo amarillo con rectángulo azul pequeño, cuadrado amarillo, rectángulo rojo, y rectángulo amarillo), de modo que presentó una de las secuencias más elaboradas y de mayor complejidad que la de sus compañeros, realizando la secuencia sin problemas. Se evidencia que el estudiante –además de identificar su patrón claramente al mencionar las figuras geométricas junto a los respectivos colores que lo componían– hizo explícita la indeterminancia de manera consistente, al mencionar “*y después se repite*”, indicando con precisión desde qué pieza de su secuencia hasta cuál otra se repetía su patrón. Se considera que esto determina notoriamente una representación del pensamiento factual, mostrando indicios del pensamiento contextual.

Metacognición:

Educadora: ¿Qué creaste?

E6: Un patrón de Navidad.

Educadora: Un patrón de Navidad. ¿Cómo sabes que es un patrón?

E6: Porque los colores están en orden.

Educadora: ¿De qué está conformado tu patrón?

E6: [Señalando con su dedo índice cada figura geométrica] Triángulo rojo, rectángulo grande azul, círculo amarillo, rectángulo pequeñito azul, cuadrado amarillo, rectángulo grande rojo, rectángulo grande amarillo, rectángulo pequeñito amarillo.

E6: Después, se repite (señalando con sus manos).



Figura 11. Estudiante E7 realiza una secuencia con patrones, utilizando dos elementos.

Fuente: Archivo fotográfico de las investigadoras.

En la Figura 11, la estudiante E7 responde la pregunta de la educadora “¿Por qué sabes que es un patrón?”, estimulando el reconocimiento del patrón dentro de la secuencia, y la respuesta de la niña “porque tiene dos colores repetidos” nos da indicios de que ella identifica el patrón que la compone, es decir, que para que se forme la secuencia, se va repitiendo el patrón “amarillo y rojo” que ella creó. En esto detectamos la iniciación de una forma de pensamiento algebraico contextual.

Metacognición.

Educadora: ¿Qué creaste?

E7: Un patrón.

Educadora: ¿Por qué sabes que es un patrón?

E7: Porque tiene dos colores repetidos.

Educadora: ¿Cuáles serían los colores que conforman tu patrón?

E7: Amarillo y rojo [señalando con su dedo índice].

Educadora: Si a tu secuencia le quito estas dos figuras geométricas, ¿seguiría el mismo orden de tu patrón?

E7: Sí.

Educadora: ¿Por qué?

E7: Porque sigue igual, amarillo, y rojo.

4.3.1. Síntesis del pre y post diagnóstico

En comparación con los dos diagnósticos, se evidencian diferencias notorias, entre las cuales se pueden observar diversos puntos en los que los niños lograron progresos, luego de trabajar con ellos diferentes actividades relacionadas a patrones y secuencias. Uno de estos avances fue la autonomía que ellos lograron adquirir en cuanto a la identificación, creación y representación de secuencias de patrones en el post-diagnóstico. Aunque no se profundizó en las actividades pedagógicas que se ejecutaron y la significancia de estas para los párvulos, se puede considerar que este tipo de tareas concretas facilitan iniciar a los niños en el pensamiento algebraico contextual, lo cual se pudo evidenciar en el post-diagnóstico.

En el pre-diagnóstico, los niños presentaron dificultades para identificar un patrón y reproducir una secuencia, asociando la secuencia de un patrón con los colores, pero no tomaban en cuenta la forma de la figura geométrica que estaban utilizando; sin embargo, algunos niños mostraron indicios de pensamiento algebraico factual.

En el post-diagnóstico, las niñas y niños presentaron mayor autonomía para realizar las actividades, creando su propio patrón y secuencia, utilizando una variedad de figuras geométricas y colores (mucho más elaboradas), por lo que se encontraron indicios no sólo de pensamiento algebraico factual, sino que también algunos indicios de pensamiento algebraico contextual.

Por otra parte, también se pudo apreciar en el trabajo con los párvulos que la mayoría de ellos confunden los conceptos de patrón y secuencia. Se evidenció que tienen poca claridad de ello, lo que llevaba a otros errores, como el asociar que el patrón debe tener siempre colores diferentes.

5. CONCLUSIONES

Las conclusiones derivadas emergen de los objetivos de la investigación. En consecuencia, la investigación partió de interpretar el proceso de construcción del pensamiento algebraico emergente en el nivel de transición de Educación Inicial, a través de la identificación de formas de pensamiento algebraico temprano que emergen de actividades pedagógicas para niños de tercer nivel, donde se diseñan actividades matemáticas basadas en la generalización de patrones.

Antes de llevar a cabo las actividades, se pudo observar (pre-diagnóstico) que los niños presentaron dificultades para identificar un patrón y para reproducir una secuencia. Ellos asociaban la secuencia de un patrón con los colores, y no tomaban en cuenta la forma de la figura geométrica que estaban utilizando. Sin embargo, algunos mostraron indicios de pensamiento algebraico factual.

Si bien es cierto que el Ministerio de Educación (2018) declara que en esta edad los niños comienzan a desarrollar actividades y conceptos matemáticos relacionados con la vida cotidiana, y que no es una matemática formal (abstracción, modelación, lenguaje simbólico), los resultados mostraron que es necesario profundizar más en el desarrollo del pensamiento matemático de los niños, específicamente, en el pensamiento algebraico. Lo anterior implica la necesidad de una reflexión, por parte de las educadoras de párvulos, sobre qué es el álgebra escolar, su enseñanza y aprendizaje, respecto de la construcción

del pensamiento algebraico, centrándose en la forma en que los niños pueden llegar a la generalización de su propio pensamiento matemático, así como también poder expresar, con sus propias palabras, las generalizaciones (Kaput, 2000), partiendo de actividades concretas.

Por otra parte, en el trabajo con los párvulos también se pudo apreciar que la mayoría de ellos derechamente confunden los conceptos de patrón y secuencia: se evidenció que tienen poca claridad de esto, lo que implicaba otros errores, como asociar que el patrón debe ser siempre con colores diferentes.

Respecto a las dificultades presentadas por los niños a la hora de identificar el patrón, Radford (2010) considera que esto demuestra claramente la emergencia de un pensamiento algebraico factual, ya que la indeterminancia queda implícita, al observar que los niños no expresan las reglas que sigue su patrón, y que ellos solo identifican el elemento faltante al señalar y observar los colores, lo que no da cuenta de una generalización como tal. Esto pone de manifiesto la necesidad de desarrollar procesos de pensamiento paralelo y continuo dentro de la aritmética y la geometría, que permitan la construcción de un pensamiento algebraico en los primeros años de escolaridad (Alonso et al., 1993).

En el post-diagnóstico, los niños presentaron mayor autonomía para realizar las actividades. Creaban su propio patrón, y podían establecer la secuencia, utilizando una variedad de figuras geométricas y colores (con mucha mayor elaboración), encontrándose indicios no sólo de pensamiento algebraico factual, sino que también algunos indicios de pensamiento algebraico contextual, al pasar de señalamientos defécticos y gestuales a verbalizaciones con frases “claves”. Este punto nos sugiere que las actividades pedagógicas realizadas en el aula podrían favorecer al desarrollo del pensamiento algebraico en los niños.

Tomando en cuenta a los niños que participaron en el post-diagnóstico, y observando la ejecución de cada uno en las actividades mencionadas y con respecto a la emergencia de formas de pensamiento algebraico, se pudo comprobar que, en este punto, las niñas y los niños daban claramente señales de un pensamiento factual e indicios de pensamiento contextual, lo que concuerda con lo presentado en Rojas y Vergel (2014), pues existe una especie de continuidad entre estos tipos o formas de pensamiento algebraico. De esto se entiende que la generalización no es algo inmediato; es más bien un proceso. Nadie puede apropiarse del lenguaje simbólico para generalizar un elemento o varios elementos, como en el caso de los patrones y secuencias. De hecho, la literatura expone que hay un proceso que se va desarrollando.

Con las actividades aplicadas en el diagnóstico, se pudo percibir lo arriba afirmado, ya que se observa que los niños pueden identificar patrones, pero no a través del lenguaje simbólico, sino que, a través de otras maneras de representación, lo cual coincide con lo que promueve Radford (2010) respecto al pensamiento algebraico factual, y, en algunos casos, con la transición del pensamiento factual al contextual. Dentro de esto, se ha observado que los niños sí utilizaron signos, señales y gestos para identificar el patrón en la secuencia, y, en algunas instancias, para descubrir la pieza “incógnita” o faltante, sin dar un “lenguaje técnico”.

Por otro lado, no se podría hablar del desarrollo de un pensamiento contextual como tal, ya que –como se vio anteriormente– este tipo de pensamiento utiliza necesariamente ciertas frases o palabras claves que intentan representar la indeterminancia de la secuencia o expresar la regla que sigue el patrón para determinar la secuencia. En esta investigación, se

logró evidenciar que surgen indicios de un pensamiento algebraico contextual, en algunos niños, como un acercamiento a ese tipo de pensamiento a través del pensamiento factual.

Este último fue más protagonista en las escenas pedagógicas, y aquí se logró consenso con lo expuesto por Radford (2010), quien indica que los estudiantes y los educadores se valen de diversos recursos semióticos, tales como gestos, miradas, dibujos y modos extralingüísticos de expresión, pues estas acciones se pudieron observar claramente a lo largo de ambos procesos diagnósticos aplicados. Principalmente, en el segundo instrumento, detectamos señales défticas complementadas con signos lingüísticos, cuando los niños lograron expresar de formas simples, y según su nivel, frases claves que exponían la indeterminancia.

Con respecto al pensamiento algebraico simbólico, se concluye que este es inaplicable en este rango etario, ya que es necesario un proceso para poder apropiarse del lenguaje simbólico que se utiliza en las operaciones algebraicas. Esto concuerda con lo que propone Piaget (1978) en los estadios del desarrollo cognitivo, donde se postula que este proceso sería el paso del pensamiento operacional concreto al pensamiento operacional formal, y dicha transición se produce, según la madurez cognitiva, a la edad de 12 años, por lo que los niños no estarían capacitados biológicamente para desarrollar el pensamiento algebraico simbólico. Sin embargo, discrepamos con este autor, en cuanto a que las tareas algebraicas deban posponerse hasta la educación secundaria, porque, como lo ha expuesto Radford, el álgebra no se trata sólo de un proceso abstracto, sino que conlleva procesos precursores que anteceden la adquisición del pensamiento algebraico como tal, y son dichos procesos los que pueden y se considera que deben ser trabajados en edades tempranas.

Es por esto que los resultados de esta investigación llevan a realizar una serie de reflexiones concernientes al actuar pedagógico matemático, no solo por parte de los niños quienes se encuentran constantemente en el proceso de aprendizaje, sino que también por parte de quien está aportando en la formación de los párvulos.

En cuanto a las actividades pedagógicas realizadas, se evidenció que –a través de una progresiva incorporación de acciones que promuevan el desarrollo del pensamiento algebraico– los niños pueden superar las dificultades presentadas en el pre-diagnóstico, mediante actividades que les permitan desarrollar autonomía y que propicien espacios para tomar decisiones, ya que en este estudio se visualizó la confianza que se genera en ellos cuando se les entregan oportunidades de decisión, lo que influye en el desempeño que tengan al desarrollar las actividades relacionadas a la secuencias de patrones.

Igualmente, se evidenció que las actividades que regularmente se ejecutan para trabajar la secuenciación y patrones deben ser más lúdicas, con manipulación de material concreto para iniciar el desarrollo del pensamiento algebraico, pues las actividades pedagógicas permitieron reflejar un cambio significativo entre el pre y el post-diagnóstico. En este sentido, se percibió que la eficacia en la toma de decisiones y una adecuada selección en los procesos de diseño e implementación de las actividades pedagógicas, están estrechamente vinculadas al logro de la adquisición de diferentes formas de pensamiento algebraico; para ello, se consideran como factores claves poner atención a las necesidades individuales, junto con la adopción de actividades en concordancia con las características de los párvulos, con el fin de lograr una mejor estimulación de este tipo de pensamiento en cada niño.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, F., Barbero, C., Fuente, I., García, A., García, J., Gutiérrez, S. & Veiga, C. (1993). *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Síntesis.
- Alsina, A. (2018). Seis lecciones de educación matemática en tiempos de cambio. Itinerarios didácticos para aprender más y mejor. *Padres y Maestros*, (376), 13-20. <https://doi.org/10.14422/pym.i376.y2018.002>
- Aparisi, S. (2016). *Desarrollo del razonamiento algebraico en alumnos de educación primaria* [Trabajo de grado para optar al título de Maestría en educación primaria, Universidad Jaume] Repositori Universitat Jaume I. <http://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/161973>
- Caballero-Jiménez, F. y Espínola-Reina, J. (2016). El rechazo al aprendizaje de las matemáticas a causa de la violencia en el bachillerato tecnológico. *Revista Ra Ximhai*, 12(3), 143-161. <https://raximhai.uaim.edu.mx/index.php/rx/article/view/430/396>
- Fernández, J. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático en educación infantil*. <http://www.grupomayeutica.com/documentos/desarrollomatematico.pdf>
- Friz, M., Panes, R., Salcedo, P. y Sanhueza, S. (2018). El proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Concepciones de los futuros profesores del sur de Chile. *Revista electrónica de investigación educativa*, 20(1), 59-68. <https://doi.org/10.24320/redie.2018.20.1.1455>
- Godino, J. y Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf
- Hernández, R., Fernández C., y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* (5ta ed). Mc Graw Hill.
- Huitt, W. y Hummel, J. (2003). *Piaget's theory of cognitive development*. Psicología Educativa Interactiva. <http://www.edpsycinteractive.org/topics/cognition/piaget.html>
- Hurtado, J. (2012). *Metodología de la Investigación. Guía para la comprensión holística de la ciencia*. Quirón.
- Kaput, J. (2000). *Transformar el álgebra de un motor de inequidad a un motor de poder matemático al "algebraficar" el plan de estudios K-12*. Dartmouth, MA: Centro Nacional para Mejorar el Aprendizaje y el Rendimiento de los Estudiantes en Matemáticas y Ciencias.
- Ministerio de Educación. (2018). *Bases Curriculares de la Educación Parvularia*. Mineduc.
- Padilla, I. y Mayoral, V. (2020). Las tutorías académicas en el fortalecimiento del álgebra en estudiantes de octavo grado en una escuela distrital de Barranquilla. *Zona Próxima*, (32), 21-30. <https://doi.org/10.14482/zp.32.371.4>
- Piaget, J. (1978). *La equilibración de la estructura cognitiva* (5ta ed). Siglo veintiuno editores. <https://desarmandolacultura.files.wordpress.com/2018/04/piaget-jean-la-equilibracion-de-las-estructuras-cognitivas.pdf>
- Radford, L. (2010). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *Research in Mathematics Education*, 12(1), 1-19. <https://doi.org/10.1080/14794800903569741>
- Rojas, P. y Vergel, R. (2014). Procesos de generalización y pensamiento algebraico. *Revista científica*, 14(3), 688-694. <https://doi.org/10.14483/23448350.7753>
- Valenzuela, J. y Gutiérrez, V. (2018). Desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de bachillerato a través de la generalización. *Educación Matemáticas*, 30(2), 39-72. <https://doi.org/10.24844/EM3002.03>
- Vergel, R. (2016). Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Repositorio digital de documentos en educación matemática. <http://funes.uniandes.edu.co/8434/>
- Vygotsky, L. (1979). *Teoría del Desarrollo de los Procesos Psicológicos Superiores*. Paidós.
- Zapatera, A. (2018). Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para educación infantil y primaria. *Números*, 97(1), 51-67. <https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1150040/Zapatera2018Introduccion.pdf>

